92/06 10645

MEMOIRE
DE FIN D'ETUDES

PRESENTE PAR :

M. Mamadou WATT

ANNEE 1989-1990

EVALUATION DU LOGICIEL
DE
CALCUL DES BARRAGES
FEADAM 84

Mention :

E. I. E. R.
Enregistré à l'arrivée
le 101/90

Encadrement
S. E. TRAORE

***** DEDICACE *****

- A toute ma famille qui m'a beaucoup soutenu lors de mes études particulièrement à ma mère Coumba Djigo
- à El-Hadj Amadou dit Doudou N'diaye
- à Pathé Moussa Watt
- à Hamidou Djigo
- à Moustapha N'diaye
- à Ibrahima Diakhaté
- à Babacar N'diaye
- à Lamine N'diaye
- à Mohammed Lamine N'diaye
- enfin à tous ceux qui œuvrent pour l'amélioration des conditions de vie de leurs semblables.

Je dédie ce mémoire.

A toi ma mère Coumba Djigo

Femme courageuse.

Remerciements

Avant de présenter ce travail, je voudrais exprimer ma gratitude à tous ceux qui ont contribué à sa réalisation.

Je remercie M. Traoré Eric, professeur de Mathématiques à L'E.I.E.R. au département de Maths-Info pour ses conseils et sa disponibilité à chaque fois que j'ai sollicité ses compétences scientifiques pour la partie informatique et qui m'a fait l'honneur de juger ce travail.

Mes remerciements vont également à :

- M. Pierre Martin, professeur de Barrages à l'E.I.E.R. au département de Génie civil pour ses conseils et les fructueuses discussions que nous avons eues.
- M. Babacar BA, ingénieur EIER, chef de laboratoire de mécanique des sols, pour ses conseils et sa disponibilité.
- Aux élèves de la 19e, 20e et 21eme promotion.

Enfin à tous ceux qui me sont chers, parents et amis dont les noms ne sont pas cités ici, je leur témoigne toute ma sympathie.

SOMMAIRE

Remerciements

Introduction

Chapitre I EQUATIONS DE BASE DE LA THEORIE DE L'ELASTICITE.

1 - Définition

2 - Relation entre contraintes et déplacements

3 - Relation entre contraintes et déformations

Chapitre II PROCEDURE DE CALCUL DE FEADAM 84.

1 - Introduction

2 - Approximation en élasto-platicité

3 - Procédure d'analyse de Feadam 84

Chapitre III DESCRIPTION GENERALE DE LA METHODE EMPLOYEE DANS LE PROGRAMME DE FEADAM 84

1 - Description

2 - Principe de résolution

Chapitre IV - INTRODUCTION DES DONNEES

I - DESCRIPTION

1 - Découpage

2 - Propriété des matériaux

3 - Données Géométriques

4 - Sollicitations

II - Introduction des données

1 - Programme d'exécution

2 - Fichier d'entrée des données

3 - Spécification des données d'entrée

Chapitre V . EXEMPLES D'APPLICATION PRATIQUES

1 - Unités employées

2 - Exemples

3 - Résultats et commentaires

4 - Utilité de l'ordinateur

5 - Conclusion générale.

INTRODUCTION

Durant ces dernières années, grâce aux ordinateurs, des programmes écrits en différents langages informatiques permettent le calcul des efforts bidimensionnels d'un massif en terre (remblai, talus) à l'usage du projecteur de génie civil.

C'est dans ce cadre que s'inscrit le programme Feadam 84 qui s'appuie sur la méthode des éléments finis pour solutionner des problèmes physiques convenablement choisis.

Mon travail consistera à partir d'une disquette du programme et d'une notice en anglais à voir :

- le mode d'utilisation du logiciel et
- ses différents possibilités.

Le chapitre premier présente les équations de base de la théorie de l'élasticité linéaire, les relations déplacements-déformations et déformations-contraintes.

Dans le deuxième chapitre, les approximations en élasto-platicité et la procédure de calcul du logiciel Feadam 84 seront exposées.

Le troisième chapitre concerne la description générale de la méthode employée dans le programme Feadam 84.

Nous présentons dans le quatrième chapitre, l'introduction des données relatives à la géométrie, les propriétés des matériaux utilisés, les sollicitations et la fixation de la structure dans l'espace.

Dans le dernier chapitre, des exemples permettent de suivre pas à pas les étapes de la mise en oeuvre du logiciel suivi d'une interprétation de quelques résultats.

CHAPITRE I

EQUATIONS DE BASE DE LA THEORIE DE L'ELASTICITE LINEAIRE

Les équations de base de la théorie de l'élasticité linéaire sont rappelées pour voir l'origine de quelques données du programme Feadam 84.

1. Définition :

a - Forces extérieures : les forces extérieures auxquelles peut être soumis un corps peuvent être classées en deux catégories :

- les forces volumiques : ce sont des forces à distance associées à la masse du corps et réparties sur tout le volume. En exemple, on peut citer les forces de gravitation. Elles s'expriment en force par unité de volume N/m3.
- les forces surfaciques : ce sont des forces de contact réparties sur toute la surface de contact. Elles s'expriment en force par unité de surface N/m2.

b - Contraintes : Un système de forces extérieures appliqué à un corps engendre un système de forces intérieures résultant de l'interaction des particules élémentaires.
A chaque force élémentaire correspond une contrainte.
Dans le cas bi-dimensionnel, chaque point est soumis à 2 composantes de contrainte.

2. Relations entre déformation et déplacement.

Lorsqu'un corps est soumis à un système de forces, en

général tous les points appartement au corps changent de position.

Le déplacement d'un point est défini comme étant la distance séparant sa position initiale de sa position finale. Les composantes de ce déplacement sont u et v et sont fonction de x et de y.

Un point situé initialement en (x,y) sera déplacé en (x + u, y + v). Il est à noter que pour ce cas de déformation tous les points situés initialement dans le plan xy restent dans ce même plan après déformation.

On dit qu'un corps est déformé, quand les positions relatives entre les points appartenant à ce corps changent en fonction du système de forces appliquées.

a- Déformation directe : la déformation directe dans une direction donnée est définie comme étant le rapport de la variation de longueur par la longueur d'une fibre originalement orientée dans cette direction.

Deux composantes indépendantes de déformation directe (normales) ϵx et ϵy sont définies en chaque point, où:
ϵx représente la déformation directe suivant la direction x
ϵy représente la déformation directe suivant la direction y

b- Déformation de cisaillement : la déformation de cisaillement est définie comme étant la variation de l'angle droit formé par deux axes. Dans le cas bi-dimensionnel, une seule composante de déformation de cisaillement ¥xy définie en chaque point,

déformations directes :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$$

déformations de cisaillement :

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

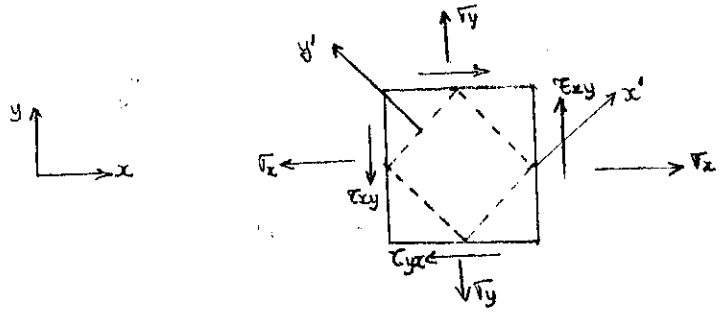
3. Relation entre contraintes et déformations

Sous l'action d'une contrainte normale uni-axiale, la plupart des matériaux ont un comportement bien défini dans le domaine élastique.
Ce comportement se traduit par la relation :

$$\sigma = \varepsilon . E$$

Cette relation est connue sous le nom de la loi de hook.
La constante E est appelée module d'élasticité ou module de young. Il est à noter que cette relation n'est valable que dans le domaine élastique.

Soit 1 élément soumis à un état de contrainte bi-dimensionnel : $\sigma_3 = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$



La composante de déformation εx est donnée par :

$$\varepsilon x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y)$$

En plus de cette déformation, l'élément aura une contraction suivant la direction Y. De cette contraction, il en résulte une déformation qui est :

$$\varepsilon y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x)$$

où est appelé : le coefficient de poisson ; il est constant pour la plupart des matériaux.

La relation, dans le domaine élastique entre les contraintes et les déformations pour un corps soumis à un état de contrainte de cisaillement pure bi-dimensionnel, a été trouvée expérimentalement et elle a la forme suivante

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy}$$

où la constante G représente le module d'élasticité de cisaillement appelé aussi module de rigidité.

Ainsi, on aura:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy}$$

et

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x)$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy}$$

Ces équations peuvent être écrites sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

Cependant les relations entre déplacements et les déformations seront :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

en substituant les équations (1.2) dans les relations (1.1), on obtiendra :

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \nu\frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\frac{\partial v}{\partial y} + \nu\frac{\partial u}{\partial x}\right)$$

$$\tau_{xy} = G\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

CHAPITRE II

PROCEDURE DE CALCUL DE FEADAM 84

1. Introduction :

Feadam 84 est un programme de calcul basé sur la méthode numérique par éléments finis qui analyse les efforts plans dans un massif donné (remblai, talus).

Il calcule les contraintes, les déformations et les déplacements par accroissements de charges dues à la mise en place de couches de construction ou à l'application de surcharges au- dessus de celles-ci.

2 - Approximation en élasto-plasticité

2 - 1 Hypothèses de calcul

- les calculs sont faits en deux-dimensions
- le matériau est isotrope c'est-à-dire que toutes les directions du tenseur des contraintes sont des directions principales.
- le sol est divisé en éléments de tel sorte qu'à l'intérieur de chacun d'eux, le comportement est supposé être linéaire par suite de petites variations successives de charges imposées.

2.2 Modèle du niveau de contrainte

Le modèle original hyperbolique basé sur les relations entre les contraintes et les déformations est remplacé par un nouveau modèle qui est le niveau de contrainte. Ce nouveau modèle tient compte des différents cas de chargement en comparant le niveau de contrainte critique SL_{crit} aux niveaux de contrainte résultants des états de chargement.

Ainsi :

- si SL > SL_{crit}, le module E_t du premier chargement est utilisé,

$$E = E_t = [1 - (R_f \cdot SL)]^2 \cdot k \cdot P_a \cdot \left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)^N$$

- si SL < 3/4 SL_{crit} , le module Eur du déchargement-rechargement est utilisé :

$$E = Eur = Kur \cdot Pa \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{Pa}\right)^N$$

- si 3/4 SL_{crit} < SL < SL_{crit} , le module E utilisé est obtenu par interpolation linéaire.

Compte tenu du modèle du niveau de contrainte et en introduisant le module volumétrique B, le programme utilise les relations suivantes valables dans le domaine élastique que dans le domaine élasto-plastique pour calculer les variations de contraintes et de déformations :

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{3B}{9B-E} \begin{bmatrix} (3B+E) & (3B-E) & 0 \\ (3B-E) & (3B+E) & 0 \\ 0 & 0 & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

3. Procédure d'analyse de Feadam 84

Le programme calcule les contraintes, les déformations et les déplacements à la suite de la mise en place des charges pendant ou après les phrases de construction.

Le placement d'une couche de remblai est simulé par application de forces qui représentent le poids des éléments de la couche.

La mise en place d'une couche de construction ou l'application de surcharge est une phase qui constitue pour le programme un pas de calcul.

A la fin de chaque phase, le programme calcule les valeurs des efforts et des déformations des éléments analysés.

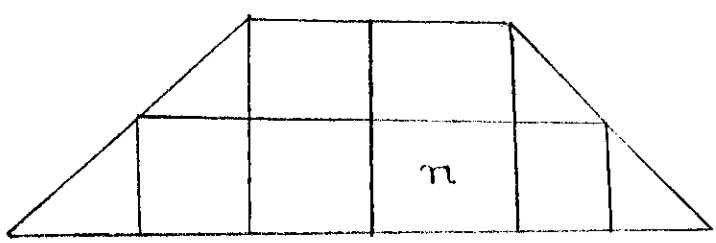
CHAPITRE III

DESCRIPTION GENERALE DE LA METHODE EMPLOYEE DANS LE PROGRAMME FEADAM 84

L'analyse des contraintes est l'un des plus importants domaines d'application de la méthode employée, qui est celle des éléments finis.

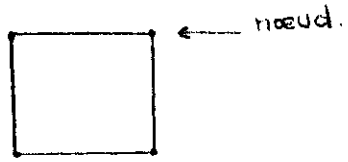
1- Description

Lorsque cette méthode est utilisée pour déterminer des contraintes ou des déplacements dûs à un système de charges connues dans une structure, celle-ci sera divisée en un nombre d'éléments finis comme le montre la figure suivante:



La structure à étudier est remplacée par un ensemble d'éléments supposés liés les uns aux autres en un nombre fini de points appelés "points nodaux" ou noeuds.

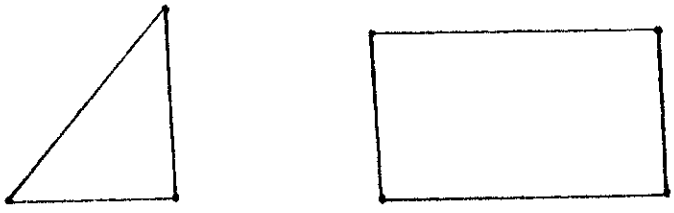
Ces noeuds se trouvent aux coins des éléments.



élément n

Les types d'éléments utilisés pour la division de la structure dépendent de la géométrie de cette dernière.

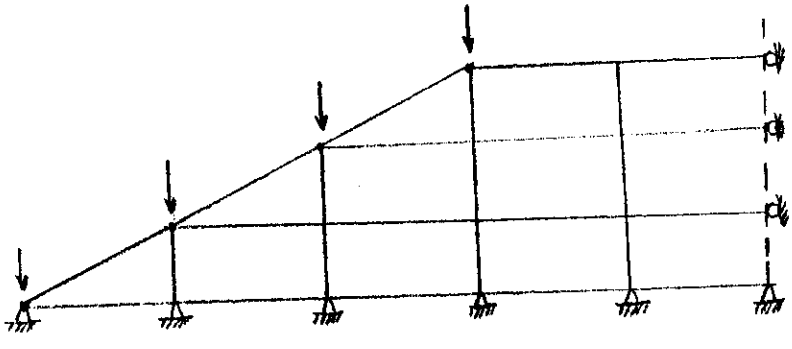
Dans le programme Feadam 84, on s'est arrangé dans le découpage de tel sorte que tous les éléments soient de forme quadrilatère ou triangulaire.



La position des lignes nodales sur une structure, donc la forme de la subdivision en éléments, dépend des facteurs suivants :

- les frontières des éléments doivent coïncider avec les discontinuités de la structure.
- les éléments doivent être arrangés de manière à avoir des couches les unes sur les autres pour simuler la mise en place du remblayage.

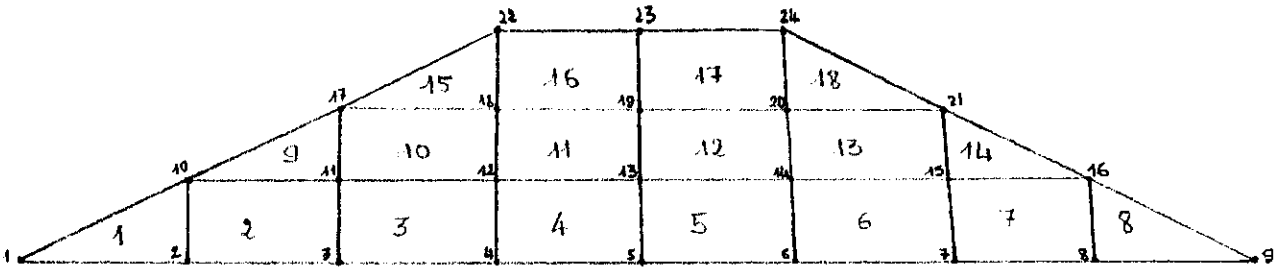
Les points nodaux doivent coïncider avec les points d'application des charges ponctuelles.



Numérotation des éléments et des noeuds:

Les éléments et les noeuds doivent être numérotés de façon continue et croissante.

Les petits numéros à côté des noeuds indiquent la numérotation des noeuds de l'ensemble de la structure.



2 - Principe de résolution :

Quand la structure considérée a été subdivisée en un nombre fini d'éléments, l'attention se concentrera sur un seul élément et l'objectif sera d'obtenir pour l'élément, une expression de la forme :

$$\{P\} = [k] \cdot \{\delta\} \qquad (3.1)$$

qui relie les forces {P} et les déplacements { δ } aux noeuds par l'intermédiaire de la matrice de rigidité [k]

La première étape dans l'analyse est de choisir une fonction de déplacement, qui définit de façon unique l'état de déplacement de tous les points de l'élément.

La forme la plus convenable de la fonction de déplacement est un polynôme dépendant de x et de y.

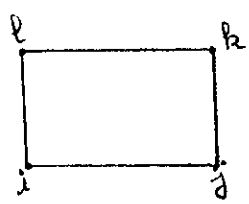
Ce polynôme peut être écrit sous forme matricielle :

$$\{f(x,y)\} = [\phi(x,y)] \cdot \{\alpha\} \qquad (3.2)$$

où { α } est un vecteur de coefficients et $\phi(x,y)$ une matrice .

L'étape suivante consiste à utiliser l'équation (3.1) pour formuler un système d'équations exprimant les composantes de déplacement des noeuds en fonction des coordonnées des noeuds considérés.

Soit par exemple l'élément rectangulaire de la figure (3.2) avec les noeuds i, j, k, l,



Chaque noeud a deux composantes de déplacement u et v suivant les directions x et y respectivement.

Chacune de ces composantes est exprimée en fonction des coordonnées nodales du noeud considéré pour donner un système d'équations de la forme :

$$\{\delta\} = [A] \cdot \{\alpha\} \qquad (3.3)$$

ou A est une matrice de coordonnées nodales

L'équation (3.3) nous donne : $$\{\alpha\} = [A^{-1}] \{\delta\} \qquad (3.4)$$

si l'expression (3.4) est substitué dans (3.2)

On obtient :

$$\{f(x,y)\} = [\phi(x,y)] \cdot [A^{-1}] \cdot \{\delta\} \qquad (3.5)$$

L'étape qui suit dans l'analyse consiste à déterminer la distribution des déformations à travers l'élément. Cette distribution peut être obtenue à partir des équations (3.2) et (3.5), vu que les composantes de déformation sont les dérivées des composantes des déplacements , d'où :

$$\{\varepsilon(x,y)\} = [B(x,y)] \cdot \{\alpha\} \qquad (3.6)$$

ou $$\{\varepsilon(x,y)\} = [B(x,y)] \cdot [A^{-1}] \cdot \{\delta\} \qquad (3.7)$$

Les composantes des contraintes dans l'élément sont reliées à celles des déformations par l'expression :

$$\{\sigma(x,y)\} = [D] \{\varepsilon(x,y)\} \qquad (3.8)$$

Si l'expression (3.7) est substituée dans l'expression (3.8), la relation suivante est obtenue :

$$\{\sigma(x,y)\} = [D] \cdot [B(x,y)] \cdot [A^{-1}] \{\delta\} \qquad (3.9)$$

Ainsi la matrice de rigidité [k] de l'élément peut être obtenue en égalisant le travail externe (Q_e) des forces {P} appliquées aux noeuds au travail interne (Q_i) dû à un déplacement virtuel $d\delta$ soit :

$$Q_e = \{d\delta\}^T \cdot \{P\} \qquad (3.10)$$

Le travail interne n'est autre que le travail des composantes de contraintes dû à un changement de déformation $\{d\varepsilon(x,y)\}$ qui est le résultat d'un déplacement virtuel :

$$Q_i = \int_V \{d\varepsilon(x,y)\} . \{\sigma(x,y)\} dV \qquad (3.11)$$

si les expressions ε et σ des équations (3.7) et (3.9) sont substituées dans (3.11), on obtient l'équation suivante :

$$Q_i = \int_V \{d\delta\}^T \{[B(x,y)].[A^{-1}]^T\} [B(x,y)].[A^{-1}].\{\delta\} dV$$

or $Q_e = Q_i$, alors

$$\{P\} = [A^{-1}]^T \int_V [B(x,y)]^T [D][B(x,y)] dV [A^{-1}] \{\delta\} \qquad (3.12)$$

en comparant les équations (3.12) et (3.1) il est évident que la matrice de rigidité [k] est :

$$[k] = [A^{-1}]^T \int_V [B(x,y)]^T [D][B(x,y)] dV [A^{-1}] \qquad (3.13)$$

Quand la matrice de rigidité [ ] est déterminée pour un élément typique dans la structure, les équations pour tous les éléments doivent être assemblées pour obtenir un système d'équations de la forme :

$$\{F\} = [K].\{\delta_s\} \qquad (3.14)$$

qui relie les déplacements et les charges de la structure complète par l'intermédiaire de la matrice de rigidité .

Dans l'équation (3.14), $\{F\}$ est un vecteur de forces extérieures appliquées aux points nodaux de la structure. Chaque force extérieure est la somme des forces appliquées aux noeuds adjacents.

Le vecteur $\{ \delta_G \}$ dans (3.14) représente les déplacements aux noeuds ; chaque déplacement dans le vecteur $\{ \delta_S \}$ a la même valeur que les déplacements des noeuds adjacents.

Les termes dans la matrice $[K]$ sont la somme des termes appropriés dans la matrice de rigidité des éléments qui ont un déplacement commun

CHAPITRE IV

INTRODUCTION DES DONNEES

Ce chapitre traite du recensement des données à l'entrée du programme et la description de la procédure d'introduction de ces données.

Feadam 84 regroupe les types de données suivantes :

- les données de contrôle
- les informations concernant les propriétés des matériaux
- les données géométriques
- les données concernant les sollicitations auxquelles la structure est soumise.

I DESCRIPTION

1 Découpage

Pour faciliter la compréhension, basons nous sur les cas de figures suivantes :

figure 1 : remblai sur fondation rigide

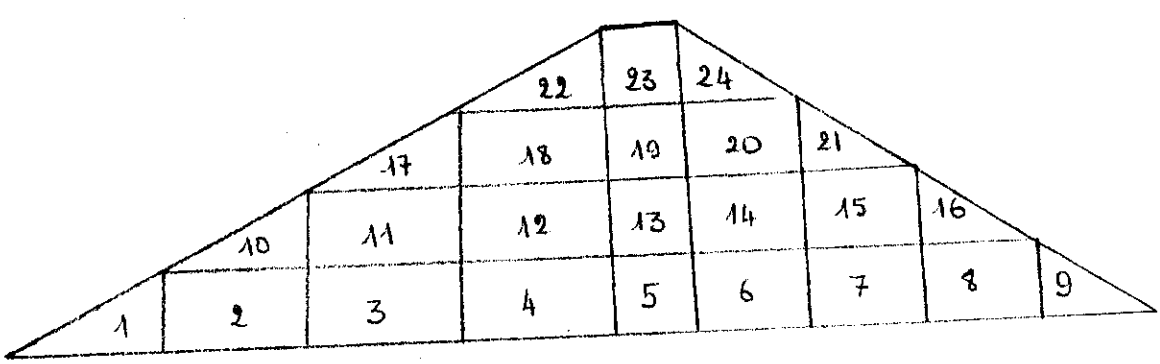


Figure 2 : remblai sur fondation compressible

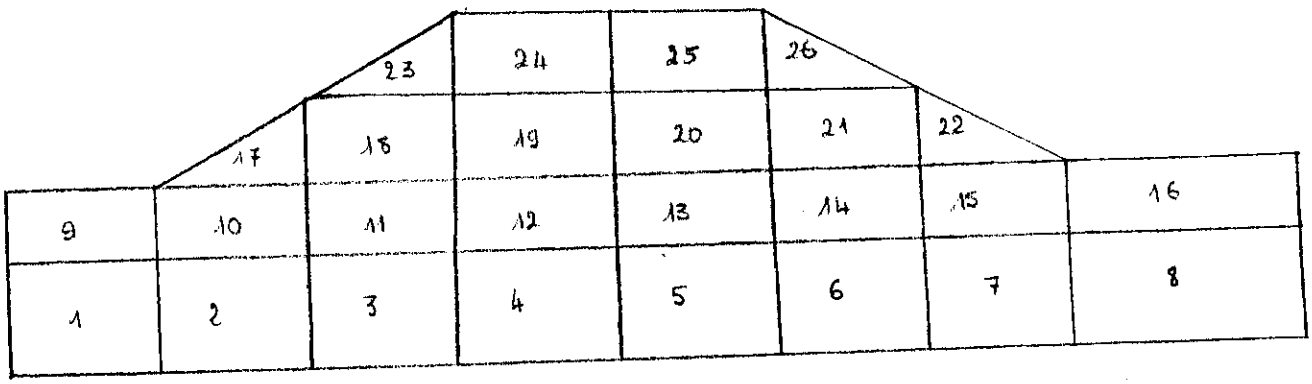
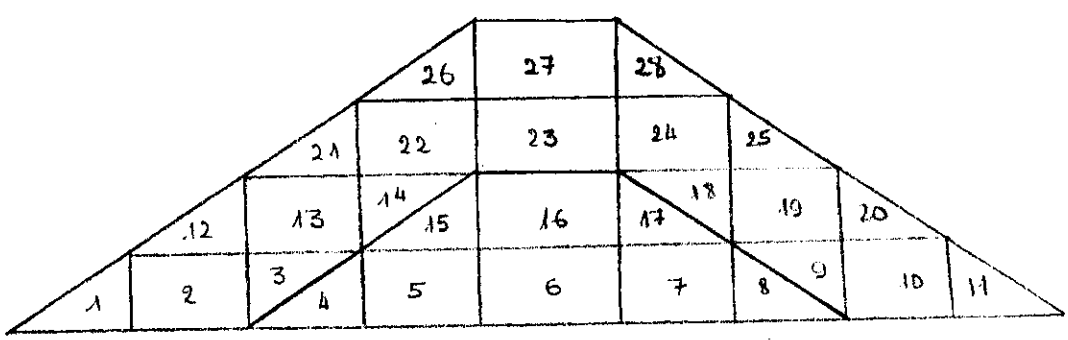


figure 3 : remblai sur une partie pré-existante



Le programme traite 3 cas de structure :

- structure avec fondation rigide : figure 1
- structure avec fondation compressible : figure 2
- structure avec partie pré-existante : figure 3.

Après avoir fait le découpage en éléments de forme quadrilatère ou triangulaire et la numérotation (éléments et noeuds) il est à spécifier pour chaque structure :

le nombre total d'éléments de toute structure
le nombre total de noeuds de toutes la structure
le nombre d'éléments dans la partie en fondation
le nombre de noeuds dans la partie en fondation
le nombre d'éléments dans la partie pré-existante
le nombre de noeuds dans la partie pré-existante
le nombre de matériaux différents utilisés
le nombre de couches de construction de la structure

2 - Propriété des matériaux

Deux types de matériaux sont spécifiés :

a) un matériau linéaire élastique : il n'est pas soumis à la rupture au cisaillement et peut être sollicité à la traction.

Ses caractéristiques élastiques sont : le module de Young E et le module volumétrique B qui peuvent être exprimés par les relations suivantes :

$$E = K.\ Pa.\ \left(\frac{\sigma_3}{Pa}\right)^N$$

$$B = K.\ Pa.\ \left(\frac{\sigma_3}{Pa}\right)^M$$

K = paramètre du module élastique initial E = Ei
Pa = pression atmosphérique
σ_3 = pression de confinement (pression latérale)
N = exposant du module élastique E = Ei
Kb = paramètre du module volumétrique.
M = exposant du module volumétrique B.

Pour chaque expression 2 paramètres sont exigés pour sa détermination :

Module	Paramètre
E	K , N
B	K_b , M

b) Matériau élasto-plastique

Pour ce type de matériau, 9 paramètres sont exigés pour arriver à la détermination du module élastique E et du module volumétrique B.

. chargement

$$E = E_t = [1 - (R_f . SL)]^2 . K . Pa . \left(\frac{\sqrt{3}}{Pa}\right)^N$$

. Déchargement-rechargement

$$E = E_{ur} = K_{ur} . Pa . \left(\frac{\sqrt{3}}{Pa}\right)^N$$

. Dans tous les 2 cas

$$B = K_b . Pa . \left(\frac{\sqrt{3}}{Pa}\right)^M$$

. en dernier lieu, la cohésion c, l'angle de frottement ϕ et sa variation ϕ doivent être déterminés.

Paramètre	Nom
K , Kur	paramètres du module E
N	exposant du module E
C	cohésion
ϕ , $\Delta\phi$	paramètres de frottement
R_f	coefficient de rupture
K_b	paramètre du module B
M	exposant du module B

Ces 9 paramètres peuvent être évalués au laboratoire à partir des séries d'essais triaxiaux avec des pressions de confinement différentes.

3. Données Géométriques

Un système plan de coordonnées x,y doit être défini au préalable.

Noeuds : les noeuds sont numérotés de la gauche vers la droite avec des numéros croissants au fur et à mesure qu'on se dirige vers le sommet de la structure.

Donc chaque noeud a son numéro propre et peut être repéré dans le système d'axes x,y.

Conditions aux limites : Une fois que les équations reliant les forces et les déplacements aux noeuds de la structure sont combinées le programme utilise un code de conditions aux limites pour faciliter leur résolution en réduisant leur nombre.

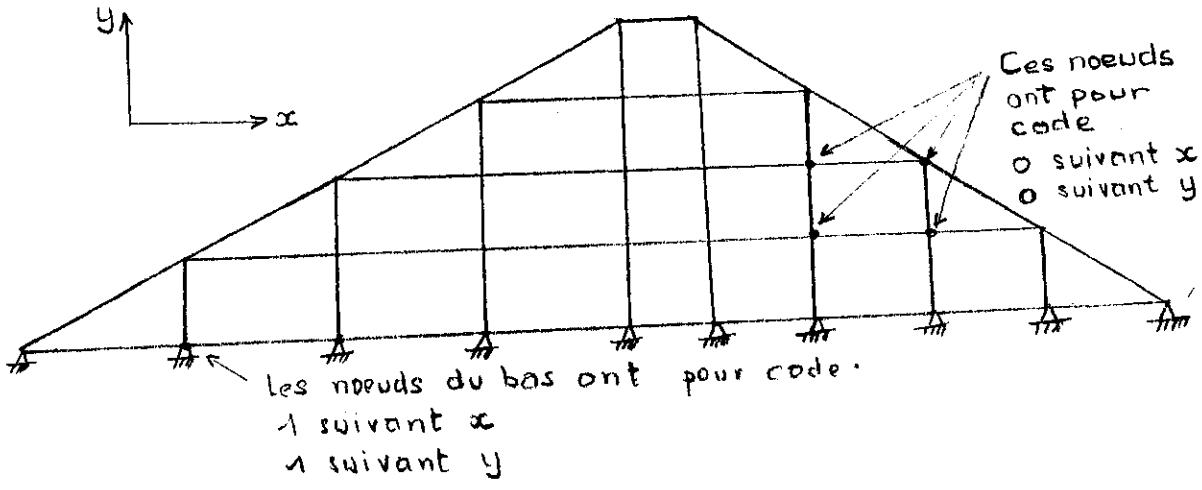
Les entrées du code sont 0 ou 1 pour chaque noeud :

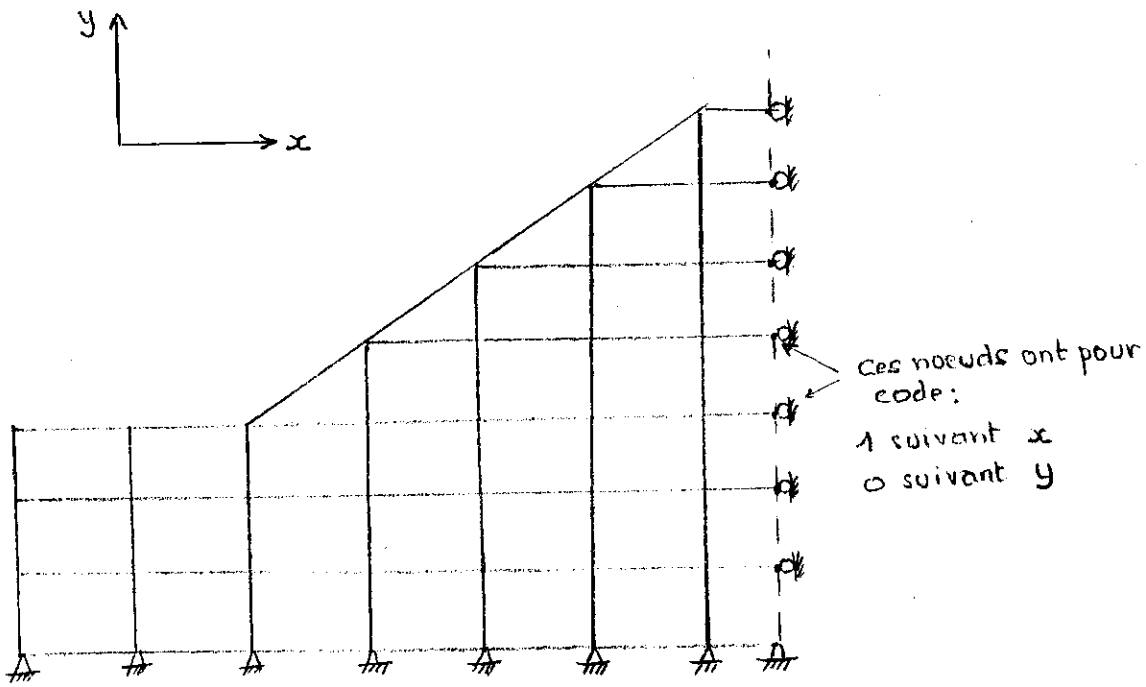
- la valeur 0 suivant une direction donnée indique que le noeud concerné peut se déplacer par rapport à cette direction,

- La valeur 1 suivant une direction donnée indique que le noeud correspondant est fixe par rapport à cette direction.

Ceci se traduit dans la pratique, par une réduction du nombre de noeuds à introduire pourvu qu'ils aient le même code dans les 2 directions x et y respectivement.

Les figures suivantes nous permettront de mieux comprendre le code des noeuds de la structure.

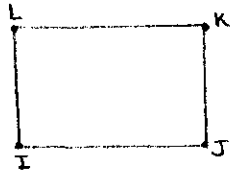




N° Noeud	Coord-x	Coord-y	Code de cdtions aux limites xx	yy

Eléments : Les éléments sont numérotés dans le même sens que les noeuds.

Chaque élément a son propre numéro et doit être spécifié en donnant une liste systématique du nombre de points nodaux qui le définissent, du type de matériau utilisé (les coordonnées de son centre par rapport au système d'axes x, y sont calculés par le programme)



Nº élément	I	J	K	L	Nº matériau

Couches de construction

Les couches sont constituées d'éléments. On définit dans chaque couche une surface qui englobe tous ses éléments.

Pour chaque couche, on a besoin :

- le numéro
- les numéros de ses deux éléments extrêmes : le numéro du premier élément situé à gauche de la structure et le numéro du dernier élément de la couche situé à droite de la structure.
- les numéros de ses deux noeuds extrêmes :

le plus petit numéro et le plus grand s'il s'agit de la première couche.

Pour les autres couches :

le plus petit numéro des noeuds supérieurs de la couche et le plus grand numéro.

- la surface limitant chaque couche

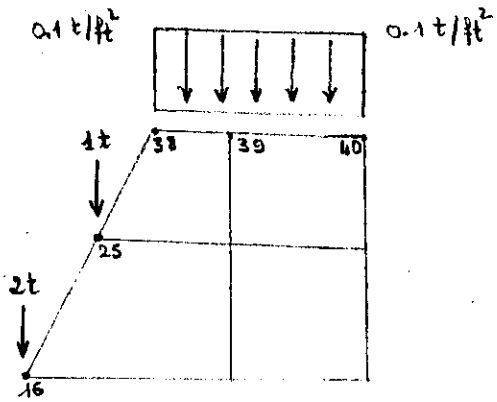
Nº couche	éléments ajoutés	Noeuds ajoutés	Surface

4. Sollicitations

Charges concentrées : quand la structure est soumise à des charges concentrées, les points nodaux doivent coïncider avec les points d'application de ces charges.

Charges réparties : dans ce cas pour pouvoir utiliser la technique des éléments finis, le programme remplace ces charges réparties par des charges concentrées équivalentes appliquées aux noeuds.

L'exemple suivant nous permettra de mieux comprendre l'introduction des sollicitations



Charges concentrées :

N° Noeud	charge suivant X (t)	charge suivant Y (t)
16	0.0	-1
25	0.0	-1

Charges réparties :

Noeuds de l'élément		Charges nodales (t/ft²)	
38	39	0.1	0.1
39	40	0.1	0.1

II. Introduction des données

1. Programme d'exécution

Le programme est basé en tapant FEADAM 84 < enter> alors il demande :

. le nom du fichier d'entrée des données : ce nom ne doit pas dépasser 8 caractères alphanumériques et doit être suivi par l'extension DAT.

. la destination de sortie : écran, imprimante et disque de stockage des données.

2. Fichier d'entrée des données

Le logiciel Feadam 84 ne comporte pas de module intégré pour l'introduction des données. Pour cela, il faut utiliser un logiciel extérieur (éditeur de texte, traitement de texte) pour créer les fichiers de données.

L'introduction des données se fait par lignes :
la première ligne comporte le commentaire tandis que les autres lignes suivantes doivent contenir dans l'ordre les données.

Dans chaque ligne, les données introduites sont séparées par des virgules.

3. Spécification des données d'entrée

Nous allons utiliser pour certaines données des variables, au lieu de valeurs spécifiques, telles que le nombre d'éléments, le nombre de noeuds etc...

NUMELT - nombre total d'élément dans la structure complète

NUMNPT - nombre total de noeuds dans la structure complète

NFEL - nombre d'éléments dans la fondation

NFNP - nombre de noeuds dans la fondation

NUMCEL - nombre d'éléments dans la partie existante

NUMCNP - nombre de noeuds dans la partie existante.

NUMMAT - numéro des différents matériaux

NLAY - nombre de couches de construction

NFORCE - numéro indiquant les surcharges

NPRINT - nombre de couches de construction + numéro de surcharge

NPUNCH - numéro de sortie des résultats.

NLDP (1), NLDP (2) nombre de pas de calcul

PATM - pression athmosphérique.

M - type de matériau

EMPR (M,1) - poids spécifique

EMPR (M,2) - paramètre de module élastique : K

EMPR (M,3) - paramètre de module de déchargement rechargement : k

EMPR (M,4) - exposant de module élastique : N

EMPR (M,5) - coefficient de rupture : Rf

EMPR (M,6) - paramètre de module volumétrique : Kb

EMPR (M,7) - exposant de module volumétrique : M

EMPR (M,8) - cohésion : c

EMPR (M,9) - angle de frottement interne PHI

EMPR (M,10) - variation de l'angle de frottement : DPHI

EMPR (M,11) - Coefficient de pression latérale des terres : ko

N - numéro du noeud

X (N) - coordonnée sur la direction des abscisses

Y (N) - coordonnée sur la direction des abscisses

Y (N) - coordonnée sur la direction des ordonnées.

ID (N,1) - code de conditions aux limites sur la direction des abscisses

ID (N,2) - code de conditions aux limites sur la direction des ordonnées

INP (N,1) -numéro du noeud I

INP (N,2) - numéro du noeud J

INP (N,3) - numéro du noeud K

INP (N,4) - numéro du noeud L

INP (N,5) - numéro du matériau

LN - numéro de la couche de construction en commençant par le bas.

NOMEL (LN,1) - le numéro du premier élément de la couche.

NOMEL (LN,2) - le numéro du dernier élément de la couche.

NOMNP (LN,1) - le plus petit numéro des noeuds de la couche

NOMNP (LN,2) - le plus grand numéro des noeuds de la couche.

NPHUMP (LN,1), NPHUMPP (LN,2) - les numéros des noeuds délimitant la surface de la couche.

I - nombre de couches de fondation

MATNO (I) - numéro du type de matériau

NLEL (I) - numéro de l'élément situé à gauche de la fondation

NREL (7) - numéro de l'élément situé à droite de la fondation

HL (I) - ordonnée de la couche.

NUMFC - nombre de forces concentrées appliquées.

CHAPITRE V

EXEMPLE D'APPLICATIONS PRATIQUES

I les unités employées

Les unités qui doivent être légalement utilisées à l'heure actuelle dans toute publication scientifique ou technique, sont celles du système International (M,K.S.).

Dans nos exemples afin de comparer les résultats à ceux des concepteurs du logiciel, nous avons utilisé les unités anglo-saxonnes (ton, feet)

1 feet ≈ 30cm

Longueur : ft (pied)

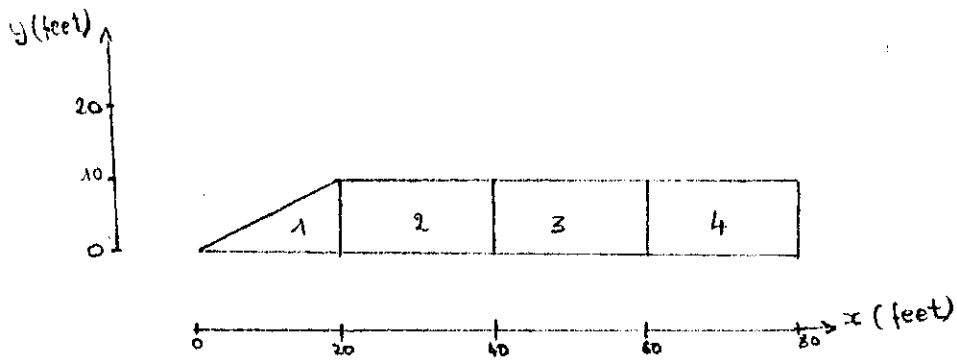
Poids spécifique : ton/ft3 (ton par pied cubique)

cohésion : ton/ft2 (ton par pied carré)

Pression atmosphérique : ton/ft2

II Exemples

Exemple : Calcul d'une couche de remblai sans surcharge.



Introduction des données : toutes les données sont supposées connues.

1ère ligue : commentaire

2ème ligue : NMELT, NUMNPT, NFEEL, NFNP, NUMCEL, NUMCNP, NUMAT, NLAY, NFORCE, NPRINT, NPUNCH,

3e ligne : NLDP (1),

4e ligne : PATM,

5e ligne : M,EMPR (M,1), EMPR (M,2), EMPR (M,3), EMPR (M,4), EMPR (M,5), EMPR (M,6), EMPR (M,7),

6e ligne : EMPR (M,8), EMPR (M,9), EMPR (M,10), EMPR (M,11),

7e ligne : 1, X (1), Y (1), ID (1,1), ID (1,2),

8e ligne : 2, X (2), Y (2), ID (2,1), ID (2,2),

9e ligne : 3, X (3), Y (3), ID (3,1), ID (3,2),

10e ligne : 4, X (4), Y (4), ID (4,2),

11e ligne : 5, X (5), Y (5), ID (5,1), ID (5,2),

12e ligne : 1, INP (1,1), INP (1,2), INP (1,3), INP (1,4), 1,

13e ligne : 2, INP (2,1), INP (2,2), INP (2,3), INP (2,4), 1,

14e ligne : 4, INP (4,2), INP (4,2), INP (4,3), INP (4,4), 1,

15e ligne : L1, NOMEL (L1, 1), NOMEL (L1,2), NOMNP (L1,1), NOMNP (L1,2) NPHUMP (L1,1), NPHUMP (L1,2), NPHUMP (L1,3), NPHUMP (L1,4),

APPLICATION :

1ère ligne : exemple de calcul d'une couche de remblai par Feadam 84

2e ligne : 4,9, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1,

3e ligne : 1,

4e ligne : 1.058,

5e ligne : 1, 0.06, 400.0, 600.0, 0.4, 0.70, 200.0, 0.5,

6e ligne : 0.5, 33.0, 0.0, 0.5,

7e ligne : 1, 0.0, 0.0, 1, 1,

8e ligne : 5, 80. 0. 0, 1, 1,

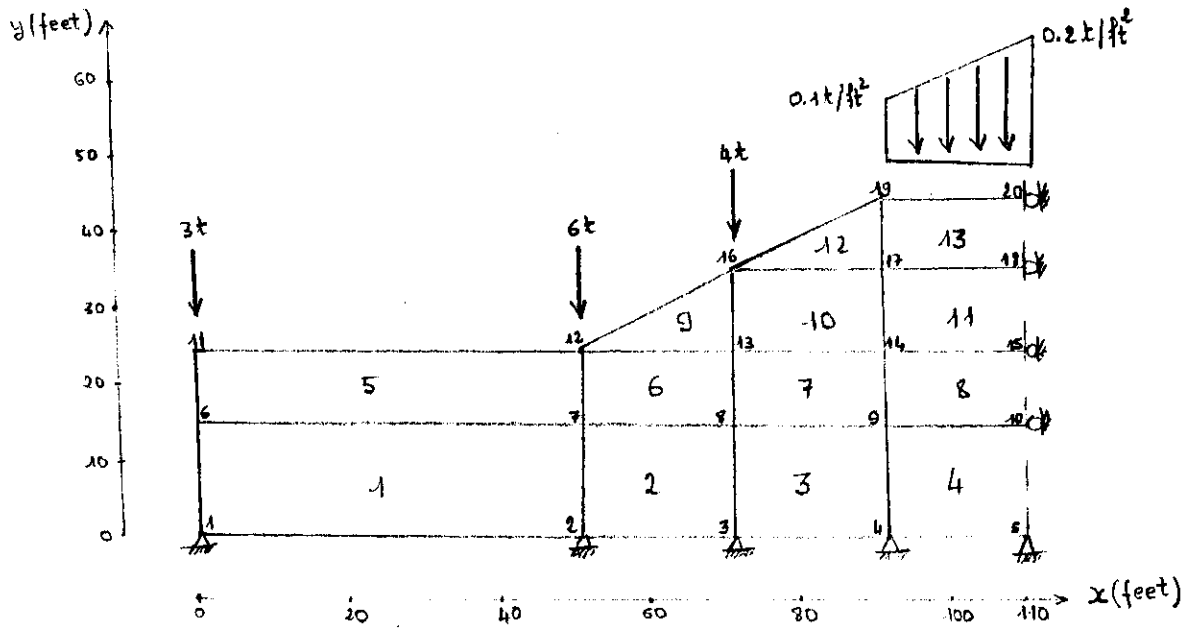
9e ligne : 6, 20.0, 10.0, 0,0,

10e ligne : 8, 60. 0, 10, 0, 0, 0,

11e ligne : 9, 80.0, 10.0, 1, 0,
12e ligne : 1, 1, 2, 6, 6, 1,
13e ligne : 2, 2, 3, 7, 6, 1,
14e ligne : 4, 4, 5, 9, 8, 1,
15e ligne : 1, 1, 4, 1, 9, 1, 6, 9, 5,

Exemple 2

Il s'agit de la construction de 2 couches de remblai d'un matériau fondées sur 2 autres couches d'un autre matériau avec des charges concentrées et des charges réparties.



Introduction des données :

1ère ligne : commentaire
2e ligne : 13, 20, 8, 10, 0.0, 2, 2, 1, 3, 0,
3e ligne : 1, 2, 3,
4e ligne : 1.058,
5e ligne : 1, 0.035, 120.0, 180.0, 0.5, 0.7, 110.0,
0.5,

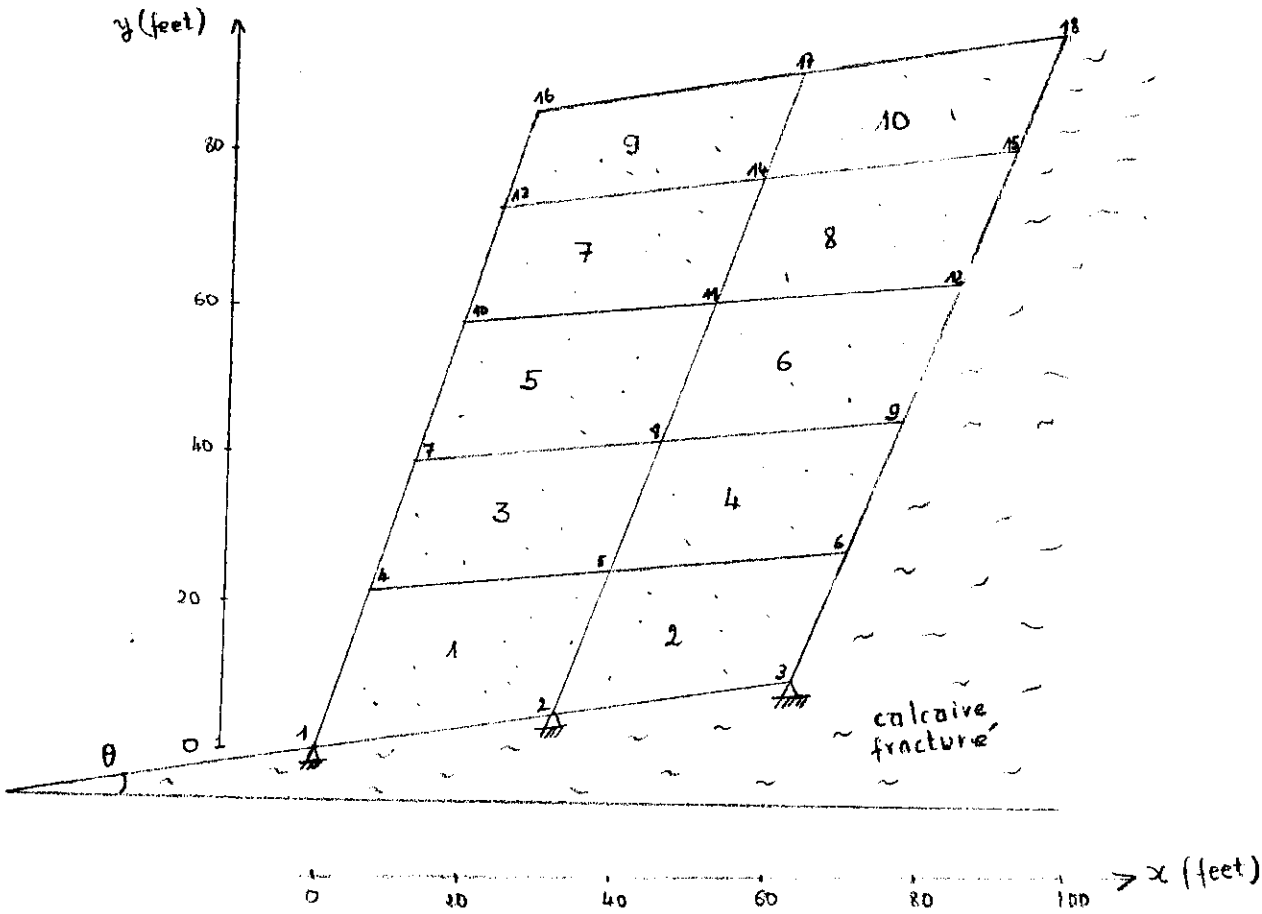
6e ligne : 0.13, 30.0, 0.0, 0.5,
7e ligne : 2, 0.06, 400.0, 600.0, 0.40, 0.7,
200.0, 0.5,
8e ligne : 0.5, 33.0, 0.0, 0.5,
9e ligne : 1, 0.0, 0.0, 1, 1,
10e ligne : 5, 110.0, 0.0, 1, 1,
11e ligne : 6, 0.0, 15.0, 0.0,
12e ligne : 9, 90.0,15.0, 0, 0, 0,
13e ligne : 10, 110.0, 15.0, 1, 0,
14e ligne : 11,0.0, 25.0, 0, 0,
15e ligne : 14,90.0, 25.0, 0, 0,
16e ligne : 15, 110.0, 25.0, 1, 0,
17e ligne : 16, 70.0, 35.0, 0, 0,
18e ligne : 17, 90.0, 35.0, 0, 0,
19e ligne : 18, 110.0, 35.0, 1, 0,
20e ligne : 19, 90.0, 45.0, 0, 0,
21e ligne : 20, 110.0, 45.0, 1, 0,
22e ligne : 1, 9, 11, 16, 18, 12, 16, 18, 15,
23e ligne : 2, 12, 13, 19, 20, 16, 19, 20, 18,
24e ligne : 2, 0.0,
25e ligne : 1, 1, 1, 4, 15.0,
26e ligne : 2, 1, 5, 8, 25.0,
27e ligne : 3, 1,
28e ligne : 11, 0.0, -3.0,
29e ligne : 12, 0.0, -6.0,
30e ligne : 16, 0.0, -4.0,
31e ligne : 19, 20, 0.1, 0.2,

Exemple 3 :

Il s'agit d'une pente naturelle faisant un angle 0 avec l'horizontale. Des sondages ont montré l'existence d'une couche de silt argileux limitée par du calcaire fracturé.

Pour faire passer une route, on est amené à ouvrir une tranchée dans la couche de silt jusqu'au calcaire.

Le problème consiste donc à étudier la stabilité au glissement de ce talus ?



Introduction des données

10, 18, 0, 0, 0, 0 1, 5, 0, 5, 0,

1, 2, 3, 4, 5,

1. 058,

1, 0.06, 400.0, 0.0, 0.40, 0.0, 0.0, 0.0,

0.5, 0.0, 0.0, 0.50,

1, 0.0,0.0,1, 1,

3, 62.0, 10.0, 1, 1,

4, 5.0, 25.0, 0, 0,

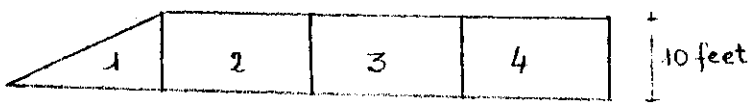
6, 67.0, 30.0, 1,0,

7, 10.0, 41.0, 0, 0,

9, 75.0, 45.0, 1, 0,
10, 15.0, 58.0, 0, 0, 0,
12, 80.0, 62.0, 1, 0,
13, 20.0, 72.0, 0, 0,
15, 89.0, 78.0, 1, 0,
16, 25.0, 85.0, 0, 0, 0,
18, 95.0, 90.0, 0, 0,
1, 1, 2, 5, 4, 1,
10, 14, 15, 18, 17, 1,
1, 1, 2, 1, 6, 1, 4, 6, 3,
2, 3, 4, 7, 9, 4, 7, 9, 6,
3, 5, 6, 10, 12, 7, 10, 12, 9,
4, 7, 8, 13, 15, 10, 13, 15, 12,
5, 9, 10, 16, 18, 13, 16, 18, 15,

III Résultats et commentaires

Exemple 1



Soit σ la contrainte verticale s'exerçant sur une facette orientée parallèlement à la surface libre.

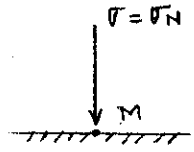
Dans l'élément 2, la contrainte verticale σ qui s'exerce sur une facette située au centre est égale à :

$$\sigma = \gamma h = 0.06 \times \frac{10}{2} = 0.300 \; t/ft^2$$

cette facette étant horizontale, la contrainte verticale est confondue avec la contrainte normale et la contrainte tangentielle est nulle:

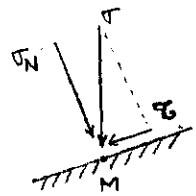
$$\sigma = \sigma_N = 0.300 \; t/ft^2$$
$$\tau = 0$$
$$\theta = 0$$

(Les éléments 3 et 4 sont identiques à l'élément 2)



Par contre dans l'élément 1 la contrainte verticale qui s'exerce au centre, fait un angle θ avec la facette.

La contrainte verticale est différente de la contrainte normale et la contrainte tangentielle n'est pas nulle.



Ces commentaires et résultats sont en bon accord avec les calculs établis par le programme Feadam 84 :

N° élément	σ_x	σ_y	τ_{xy}	σ_1	σ_3	θ	τ_{max}
1	0.075	0.150	0.034	0.163	0.062	20.905	0.050
2	0.150	0.300	0.000	0.300	0.150	0.000	0.075
3	0.150	0.300	0.000	0.300	0.150	0.000	0.075
4	0.150	0.300	0.000	0.300	0.150	0.000	0.075

(Les contraintes sont exprimées en t/ft^2)

D'autre part, on sait que, la donnée des modules des contraintes principales σ_1 et σ_3 permet de représenter le cercle de Mohr :

Comme la cohésion c et l'angle de frottement ϕ interne du matériau sont connus, on pourra tracer la droite de Coulomb et voir s'il y a rupture ou entrée en plasticité dans chaque élément.

Les résultats calculés par le programme : σ_1 et σ_3 permettent de donner le rayon R et l'abscisse du cercle de Mohr :

$$R = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$P = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

Les résultats du programme nous donnent : la contrainte de cisaillement maximale et la contrainte tangentielle
Pour étudier la stabilité, on calcule le coefficient de sécurité au glissement plan : F,

$$F = \frac{\tau_{max}}{\tau_{xy}}$$

IV UTILITE DE L'ORDINATEUR

Les calculs effectués dans le programme sont trop complexes pour être effectués à la main. Seul l'ordinateur permet de les mener à bien.
Nous avons donc été amené à illustrer la procédure de calcul par l'ordinateur en prenant une structure simple de 2 éléments :
Les éléments sont dans le plan xy et chaque noeud a deux composantes de déplacement u et v suivant les directions x et y respectivement.
Ces composantes sont représentées par un vecteur : $\{\delta\}$

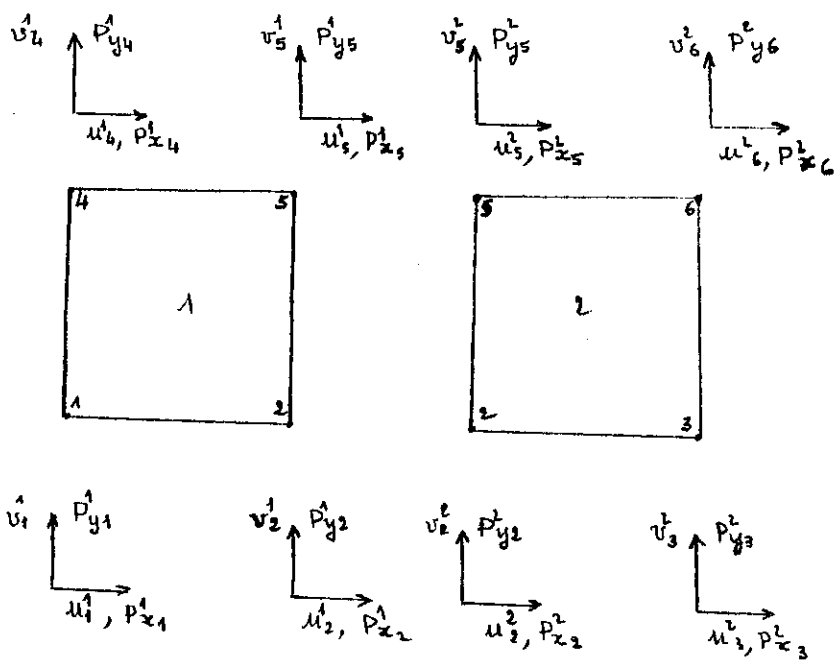
$$\{\delta\} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \\ u_l \\ v_l \end{bmatrix}$$

On suppose qu'en chaque noeud, on a une force dont les composantes sont et suivant les directions x et y respectivement.

Ces forces modules sont représentées par un vecteur $\{P\}$:

$$\{P\} = \begin{bmatrix} P_{xi} \\ P_{yi} \\ P_{xj} \\ P_{yj} \\ P_{xk} \\ P_{yk} \\ P_{xl} \\ P_{yl} \end{bmatrix}$$

Les forces et les déplacements aux noeuds sont donnés par la figure suivante constituée de deux éléments adjacents.



Les équations reliant les déplacements nodaux aux forces nodales sont exprimées sous forme matricielle :

Pour l'élément 1 :

$$\begin{bmatrix} \hat{P}_{x1} \\ \hat{P}_{y1} \\ \hat{P}_{x2} \\ \hat{P}_{y2} \\ \hat{P}_{x3} \\ \hat{P}_{y3} \\ \hat{P}_{x4} \\ \hat{P}_{y4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{K}_{11} & \hat{K}_{12} & \hat{K}_{13} & \hat{K}_{14} & \hat{K}_{15} & \hat{K}_{16} & \hat{K}_{17} & \hat{K}_{18} \\ \hat{K}_{21} & \hat{K}_{22} & \hat{K}_{23} & \hat{K}_{24} & \hat{K}_{25} & \hat{K}_{26} & \hat{K}_{27} & \hat{K}_{28} \\ \hat{K}_{31} & \hat{K}_{32} & \hat{K}_{33} & \hat{K}_{34} & \hat{K}_{35} & \hat{K}_{36} & \hat{K}_{37} & \hat{K}_{38} \\ \hat{K}_{41} & \hat{K}_{42} & \hat{K}_{43} & \hat{K}_{44} & \hat{K}_{45} & \hat{K}_{46} & \hat{K}_{47} & \hat{K}_{48} \\ \hat{K}_{51} & \hat{K}_{52} & \hat{K}_{53} & \hat{K}_{54} & \hat{K}_{55} & \hat{K}_{56} & \hat{K}_{57} & \hat{K}_{58} \\ \hat{K}_{61} & \hat{K}_{62} & \hat{K}_{63} & \hat{K}_{64} & \hat{K}_{65} & \hat{K}_{66} & \hat{K}_{67} & \hat{K}_{68} \\ \hat{K}_{71} & \hat{K}_{72} & \hat{K}_{73} & \hat{K}_{74} & \hat{K}_{75} & \hat{K}_{76} & \hat{K}_{77} & \hat{K}_{78} \\ \hat{K}_{81} & \hat{K}_{82} & \hat{K}_{83} & \hat{K}_{84} & \hat{K}_{85} & \hat{K}_{86} & \hat{K}_{87} & \hat{K}_{88} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{bmatrix}$$

Pour l'élément 2 : nous aurons la même forme avec un indice 2 à la place de l'indice 1.

Sans entrer dans les détails, nous sentons les difficultés de résoudre manuellement ces matrices dans le cas de 2 éléments à plus forte raison si nous sommes en face d'une structure d'une dizaine d'éléments.

C'est pourquoi l'utilisation de l'ordinateur qui procède par la méthode de l'élimination de GAUSS pour résoudre ces systèmes d'equations est largement justifiée.

V CONCLUSION GENERALE

Un logiciel fut-il très économique ne peut être employé que s'il est capable de résoudre des problèmes convenablement formulés avec toute la précision souhaitée.

Cette phrase résume bien l'objectif que nous avons essayé d'atteindre à travers l'évaluation de Feadam 84.

L'étude menée sur le comportement des matériaux à partir des modèles théoriques a permis de confirmer les principaux résultats suivants :

- calcul matriciels élémentaires
- assemblage de toutes les caractéristiques élémentaires
- résolution numérique du problème global.
- calculs de restitution au niveau élémentaire (déformations, contraintes).

Ainsi le logiciel Feadam 84 permet la résolution d'un projet comportant :

- 500 noeuds
- 2 types de matériau
- 3 formes d'éléments (rectangle, triangle, trapèze).

Le temps d'exécution de ce logiciel pour 9 couches de construction avec une surcharge dans un ordinateur IBM/XT avec processeur 8087 est estimé à 95 minutes.
C'est un temps acceptable pour l'étude par des bureaux d'études techniques.

S'il est vrai que le logiciel Feadam 84 a un grand intérêt (par exemple pour la cellule d'Ingénierie de l'EIER pour ses futurs travaux d'études) il n'en demeure pas moins qu'il comporte des inconvénients certes.

En fait, la saisie des données pose un problème pour un utilisateur qui ne connaît pas bien le logiciel.

Si, pour finir, nous pouvions formuler une recommandation, elle serait d'écrire le programme en basic qui est un langage composé de mots appartenant au langage humain (généralement en anglais), ensuite de mettre en place une option de commentaires des données et apporter en fin des retouches (sortie gráphique des cercles de Mohr et des lignes de glissement, meilleure présentation des résultats).

BIBLIOGRAPHIE

- Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation : P.G. CIARLET (Edition MASSON)

- Introduction à la méthode des éléments finis pour les ingénieurs : O RAHAMANI, S. KEBDANI

- Notice de FEADAM 84, département of Civil Engineering, VIRGINA Polytechnic Institute and State University by DUNCAN, SEED, WONG and OZAWA.

---===oooOooo===---