



**MODELISATION DES CRUES DANS DEUX ZONES
SEMI-URBANISEES DE L'ESPACE « GRAND-OUAGA »
AU BURKINA FASO**

**MEMOIRE POUR L'OBTENTION DU
MASTER EN GENIE CIVIL ET
HYDRAULIQUE**

**OPTION : Infrastructures et Réseaux
Hydrauliques**

Présenté et soutenu publiquement le 18/01/2018 par

Josué Hamed KEITA

Travaux dirigés par :

Dr FOWE TAZEN

Dr Babacar LEYE

Jury d'évaluation du stage :

Président : **Dr. Dial NIANG**

Membres et correcteurs :

Dr. Malicki ZOROM

Dr. Adjdi MOUNIROU

DEDICACE

Je dédie ce mémoire,

À mon père,

À ma mère,

À mes sœurs, À mes frères, je vous aime tous !

*Et à cette personne qui m'a apporté l'aide ultime que le
très haut, vous le rende au centuple*

REMERCIEMENTS

La mise en œuvre de ce travail de mémoire et la rédaction du présent document ont été rendues possible grâce au concours de plusieurs acteurs. C'est l'occasion pour nous de témoigner notre reconnaissance à toutes ces personnes qui n'ont ménagé aucun effort pour la réussite de ce travail. Je tiens donc à adresser mes sincères remerciements à mes encadreurs :

Dr. FOWE TAZEN, Post doctorant au Laboratoire Hydrologie et Ressources en Eau (LEAH) à l'Institut International d'Ingénierie de l'Eau et de l'Environnement (2iE) pour sa disponibilité, sa patience et ces critiques pour l'avancée de ce mémoire;

Dr BABACAR LEYE, Enseignant-chercheur, à l'Institut International d'Ingénierie de l'Eau et de l'Environnement (2iE), pour avoir accordé la grande majeure partie de son temps pour ce mémoire, pour sa patience et ces conseils;

Monsieur COULIBALY GNENAKANTANHAN doctorant au laboratoire Hydrologie et Ressources en Eau (LEAH), à l'Institut International d'Ingénierie de l'Eau et de l'Environnement (2iE) que je n'arrêterai pas de fatigué, merci de m'avoir associé à votre thèse. A tout le corps professoral et administratif de 2iE, plus particulièrement à tous ceux qui ont été mes enseignants.

A tous mes amis de ma promotion de Master au 2iE pour avoir surmonté tous ensemble ces deux années de dur labeur.

A tous mes amis et connaissances que je n'ai pas pu citer ici, qui de près ou de loin m'ont soutenu pendant toutes ces années ; qu'ils trouvent ici l'expression de ma gratitude.

A tous, je dis merci et que le seigneur vous bénisse et vous comble au-delà de vos espérances.

RESUME

Depuis quelques décennies les pays sahéliens notamment le Burkina Faso sont affectés par des catastrophes naturelles telles que les inondations par ruissellement pluvial. Ces inondations ont des impacts importants sur l'environnement, l'économie et les populations. Leurs ampleurs grandissantes constituent une source d'inquiétude pour les décideurs de ces pays. Face à cette situation, il devient impératif d'avoir une bonne connaissance sur les crues particulièrement dans les environnements urbains et semi-urbains. L'objectif de cette étude est de contribuer à une meilleure connaissance des conséquences des crues dans les environnements semi-urbains au Burkina Faso voir en Afrique de l'Ouest. Pour atteindre cet objectif, une approche à base physique reposante sur les équations bidimensionnelles de Barré Saint-Venant a été adoptée. Le modèle mathématique construit n'ayant pas de solution analytique, nous avons donc procédé à une approche numérique de solutions par la méthode des volumes finis. Le logiciel SCILAB 6.0.0 a servi de support informatique pour la modélisation. La performance du code numérique élaboré pour la modélisation des crues est testée à travers plusieurs simulations. Les résultats ont montré la capacité de l'outil élaboré pas satisfaisante à simuler des crues observées au niveau des deux bassins semi-urbains. En effet, La mauvaise appréciation des paramètres d'infiltration, de friction et la non prise en compte du bâti ont engendré une grande marge d'erreur entre les valeurs simulées et observées avec des valeurs du critère Nash égale à 0,35 et 0,46 inférieures à 0,8.

Mots clés :

Inondations

Equations de Barré Saint-Venant ;

Modélisation des crues ;

Méthode des volumes finis ;

Burkina Faso.

ABSTRACT

In recent decades, Sahelian countries, particularly Burkina Faso, have been affected by natural disasters such as floods caused by rain runoff. These floods have significant impacts on the environment, the economy and the people. Their growing magnitudes are a source of concern for policymakers in these countries. Faced with this situation, it becomes imperative to have a good knowledge of floods especially in urban and semi-urban environments. The objective of this study is to contribute to a better knowledge of the consequences of floods in semi-urban environments in Burkina Faso see in West Africa. To achieve this goal, a physically based approach based on two-dimensional Shallow water equations was adopted. Since the mathematical model constructed does not have an analytical solution, we have therefore proceeded to a numerical solution approach using the finite volume method. The SCILAB 6.0.0 software served as a computer support for modeling. The performance of the numerical code developed for flood modeling is tested through several simulations. The results showed the capacity of the tool developed unsatisfactory to simulate floods observed in the two semi-urban basins. Indeed, the poor appreciation of the parameters of infiltration, of friction and the not taken into account of the frame generated a great margin of error between the values simulated and observed with values of criterion Nash equal to 0,35 and 0,46 less than 0,8.

Keywords :

floods

Shallow water equations;

Flood modeling;

Finite volume method;

Burkina Faso.

TABLE DE MATIERES

DEDICACE.....	i
REMERCIEMENTS	ii
RESUME.....	iii
ABSTRACT	iv
TABLE DE MATIERES.....	v
I. INTRODUCTION.....	1
I.1 Contexte et problématique.....	1
I.2 Etat de l'art	2
I.3 Objectif général	3
I.4 Structuration du mémoire	4
II. MATERIEL ET METHODES	5
II.1 Présentation de la zone d'étude	5
II.1.1 Localisation de la zone d'étude	5
II.1.2 Climat.....	6
II.1.3 Relief et hydrographie de la zone d'étude.....	7
II.1.4 Facteurs pédologiques et végétation de la zone d'étude	8
II.2 Caractérisation des bassins versants	9
II.2.1 Elaboration des modèles numériques de terrain.....	9
II.2.2 Situation géographique des bassins versants de l'étude.....	10
II.2.3 Caractérisation physique et hydrologique des bassins versants	10
II.3 Modélisation des inondations	12
II.3.1 Modèle mathématique pour les écoulements	12
II.3.2 Résolution numérique des équations de Saint-Venant.....	18
II.3.3 Support de modélisation.....	23
II.3.4 Evaluation des performances de l'outil de modélisation	24

III.	RESULTATS ET DISCUSSIONS.....	25
III.1	Modèles numériques de terrain des bassins versants	25
III.1.1	Caractéristiques physique et hydrologique des bassins versants.....	26
III.1.2	Scénarios de simulation des crues sur les bassins versants	30
IV.	CONCLUSION ET RECOMMANDATION	35
	Bibliographie	36
	Annexes	i

Liste des tableaux

Tableau 1:Caractéristiques de la forme des bassins versants	26
Tableau 2:Caractéristiques du relief des bassins versants.....	27
Tableau 3: Coefficients de Manning pour la friction (Source : (MTQ, 1995 ; MTO, 1997 ; FHWA, 2005)).	29
Tableau 4 : Coefficients de Horton pour l'infiltration(Source : (Tholin A.L., Keifer C.J., 1959), (Normand, 1971) et (Breuil , 1987))......	30

Liste des figures

Figure 1 : Situation géographique de l'espace Grand Ouaga	5
Figure 2: Variations mensuelles des précipitations à Ouagadougou entre 1981 et 2010 (Source : Direction de la météorologie nationale, 2011).....	6
Figure 3 : Evolution interannuelle des températures minimales et maximales à Ouagadougou (Source : Direction de la Météo, 2005)	7
Figure 4: Etape d'élaboration des MNTs.....	9
Figure 5 : Situation géographique des bassins versants	10
Figure 6: Domaine de validité des équations de Saint-Venant	13
Figure 7: Discrétisation du domaine géométrique	19
Figure 8 : Illustration de la simulation du lac au repos sans reconstruction hydrostatique (8a) et après reconstruction hydrostatique (8b).	21
Figure 9 : Modèles numériques de terrain des bassins versants de Rimkieta 1 (8a) et Rimkieta 2 (8b)	25
Figure 10 : Courbes hypsométriques des bassins versants Rimkieta 1 (9a) et Rimkieta 2 (9b)	27
Figure 11 : Réseau hydrographique des bassins versants	28
Figure 12: Carte d'occupation du sol.....	29
Figure 13 : Evolution des écoulements dans le bassin Rimkieta 1 après un évènement pluvieux aux temps 1 mn, 120 mn, 240 mn et 360 mn	31
Figure 14 : Comparaison enfin de simulation de la hauteur d'eau et de la topographie.....	31
Figure 15: Evolution des écoulements dans le bassin Rimkieta 2 après un évènement pluvieux aux temps 1 mn, 120 mn, 240 mn et 360 mn	32
Figure 16 : Comparaison enfin de simulation de la hauteur d'eau et de la topographie.....	32
Figure 17 : Sensibilité du modèle à l'intensité de pluie sur le bassin Rimkieta 1	33
Figure 18 : Sensibilité du modèle à l'intensité de pluie sur le bassin Rimkieta 1	33
Figure 19 : Hyétogramme de l'évènement pluvieux du 20 juillet 2016.....	34
Figure 20 : Hauteur simulée Rimkieta 2	35
Figure 21: Hauteur simulée Rimkieta 1	35

LISTE DES ABREVIATIONS

AMMA-2050 : Analyse Multidisciplinaire de la Mousson Africaine à l'horizon 2050

ASTER : Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer

EDP : Equations aux dérivées partielles

GDEM : Global Digital Elevation Model

IGB : Institut Géographique du Burkina

MARINE : Modélisation de l'Anticipation du Ruissellement et des Inondations pour des
événements Extrêmes

MNT : Modèle Numérique de Terrain

MNTs : Modèles Numériques de Terrains

MNT : Modèle Numérique de Terrain

KMZ : Keyhole Markup Zip

1D : Unidimensionnel

2D : Bidimensionnel

I. INTRODUCTION

I.1 Contexte et problématique

Les catastrophes naturelles ont toujours existé et constituent un phénomène courant et récurrent dans l'histoire de l'humanité (**Gbeassor et al., 2006**). Depuis quelques décennies, elles adviennent à un rythme plus accéléré et semblent être potentiellement plus dangereuses et plus dévastatrices. En termes de catastrophes naturelles, les pays sahéliens notamment le Burkina Faso sont plus affectés par les inondations (**Bani, 2011**). Les inondations peuvent être la conséquence de crues ou simplement de fortes averses. Les plus meurtrières dans le monde sont les inondations dites fluviales, qui résultent des débordements des cours d'eau (débordement direct et indirect) et les inondations par ruissellement pluvial, qui surviennent lors des fortes averses de pluie et se produisent principalement en zone urbanisée (**Hingray, 1999**).

Au Burkina Faso, les grandes agglomérations sont particulièrement touchées par les inondations par ruissellement pluvial. C'est le cas des inondations du 1^{er} septembre 2009 à Ouagadougou et ses environs, avec 150000 sinistrés et de nombreux disparus (**OCHA, 2009**). Ces inondations sont essentiellement dues aux facteurs climatiques et anthropiques. Comme la plupart des pays sahéliens, le Burkina Faso est marqué par des précipitations de fortes intensités. Il en est également pour les grandes villes de la forte explosion démographique, de l'urbanisation rapide et incontrôlée augmentant les superficies imperméables, de l'insuffisance ou de la mauvaise gestion des ouvrages d'assainissement, etc. L'action conjuguée de ces deux facteurs favorise l'apparition des inondations (**Bani, 2011**).

La gestion des risques d'inondation est un enjeu capital pour le gouvernement burkinabé (**Kemking, 2010**). Les mesures préventives relatives aux inondations sont nombreuses. Les protections physiques consistant généralement en des aménagements tels que la construction de digues de protection, de barrages écrêteurs de crues ou des canalisations d'évacuation. Il y a également l'établissement des cartes des zones inondables selon les scénarios les plus critiques pour l'établissement d'un plan d'évacuation d'urgence.

Face aux limites de ces mesures préventives relatives aux inondations pour la prise en compte du comportement du milieu urbain vis-à-vis de l'aléa pluvial et dans le contexte actuel du changement climatique et de la vulnérabilité accrue des milieux urbains, il est nécessaire de mettre en place de nouvelles méthodes qui pourront mieux caractériser le ruissellement pluvial en milieu urbain (**Boukhelifa, 2011**). Le défi pour les hydrologues est de modéliser les flux d'eau dans des situations de crise pour lesquelles les flux transités dépassent les capacités du

réseau d'évacuation, pouvant alors se propager dans le tissu urbain (**Chastan et al., 1994 ; Dumay, 1994**).

I.2 Etat de l'art

La modélisation hydrologique des milieux urbains et péri-urbains permet, parmi de nombreux buts, d'améliorer la compréhension et la prévision des comportements hydrologiques. Cette tâche est très importante pour la gestion des réseaux d'assainissement en ville, notamment lors des épisodes de fortes pluies. Pour se faire, il existe un nombre croissant de modèles hydrologiques et hydrauliques, chacun ayant leurs domaines d'applications spatio-temporels et leurs schémas de représentation. Il est ainsi possible de classer les approches de modélisation en fonction de la représentation spatiale (modèles distribués, semi-distribués ou globaux), de la représentation temporelle (modèles événementiels ou continus) et de la représentation des processus physiques (modèles empiriques, conceptuels, à base physique) (**Ambroise, 1999 ; Hingray et al., 2009**).

Les modèles empiriques : Ils sont représentés par des formules et équations simples et empiriques. Par exemple, la formule rationnelle qui permet de déterminer le débit de pointe en fonction d'information minimale du bassin versant, à savoir le coefficient de ruissellement. Ces modèles ne permettent pas d'estimer la variabilité des caractéristiques de l'inondation au sein du bassin versant (**Hingray, 1999**).

Les modèles conceptuels : Ces modèles tentent de reproduire la réponse d'un bassin versant en remplaçant la réalité de l'écoulement par une idéalisation fortement simplifiée de la géométrie du bassin versant et de l'écoulement par rapport à la situation réelle (**Baud, 2008**).

Les modèles mécanistes (ou à base physique) : Ils résolvent des systèmes d'équations de quantité de mouvement et de continuité liés au transport d'eau, de substance ou d'énergie. Ils décrivent mathématiquement les phénomènes rencontrés. A titre d'exemple, l'équation de Barré Saint Venant pour les écoulements en surface libre ou de Darcy-Richards pour les écoulements souterrains. De tels modèles nécessitent une description détaillée du bassin versant, des schémas numériques robustes et la détermination des paramètres physiques (paramètre de friction, conductivité hydraulique etc.).

Différents logiciels conçus se basant sur les modèles mécanistes ont été utilisés pour simuler les inondations en Afrique. Djamal Moussa Diallo a développé le logiciel DJAMA dans le but de pouvoir simuler les crues dans le delta du fleuve sénégal **(Diallo, 2010)**.

Oujbbour Brahim pour l'annonce de crue et la mise en place d'un système d'alarme dans le bassin de guelmim au Maroc, s'est servi de l'outil MARINE **(Oujbbour , 2015)**.

D'autres logiciels existent sur le marché. On peut citer : MIKE 11 et MIKE 21 Flow Model FM développé par Danish Institute Hydraulic pour les modélisation 1D et 2D des écoulements, SW2D chaine de logiciel écrit par le laboratoire Hydrosience Montpellier, Wolf package qui possède une fonctionnalité de couplage 1D-2D développé par le la laboratoire Hydrodynamique Appliquée et de Constrution de l'université de Liège (Belgique),... **(Pascal, 2010)**.

I.3 Objectif général

L'objectif principal de cette étude est de contribuer à une meilleure connaissance des conséquences des crues dans les environnements semi-urbains au Burkina Faso voir en Afrique de l'Ouest.

Plus spécifiquement, ce travail vise les objectifs suivants :

- Caractériser physiquement et hydrologiquement les deux sous-bassins versants semi-urbains identifiés dans l'espace « Grand Ouaga » ;
- Elaborer les modèles numériques de terrain de ces deux sous-bassins;
- Simuler les écoulements en particulier les crues des deux sous-bassins à partir des modèles numériques basés sur les équations de Barré Saint Venant ;
- Tester la performance de l'outil de simulation pour des cas réels d'évènements de crue.

I.4 Structuration du mémoire

Ce présent rapport comprendra trois parties :

La première partie, regroupe les chapitres matériels et méthodes. La première section de cette partie, présentera la zone d'étude. La deuxième section, définira la démarche adoptée ainsi que le matériel utilisé pour la caractérisation des bassins versants. La troisième section, montrera les différentes étapes de la mise en place de l'outil de modélisation des inondations. Et la dernière partie de cette première partie quant à elle, sera consacrée à la méthodologie utilisée pour l'évaluation des performances de l'outil de modélisation ;

La deuxième partie synthétise l'ensemble des résultats et leur analyse ;

La troisième et dernière partie quant à elle, se focalise sur la conclusion et les recommandations.

II. MATERIEL ET METHODES

II.1 Présentation de la zone d'étude

II.1.1 Localisation de la zone d'étude

Les sites de l'étude se situent dans l'espace « Grand Ouaga ». Le « Grand Ouaga », est l'espace géographique couvrant les sept (7) communes de la province Kadiogo (la commune urbaine d'Ouagadougou et les communes rurales de Koubri, Komsilga, Komki Ipala, Pabré, Saaba, Tanghin Dassouri), auxquelles s'ajoute la commune rurale de Loubila de la province du Oubritenga. Le Grand Ouaga est limité au nord par les provinces de Oubritenga et de Kourweogo, à l'est par la province de Ganzourgou, au sud et à l'ouest par les provinces de Bazega et de Boulkiemde (figure 1).

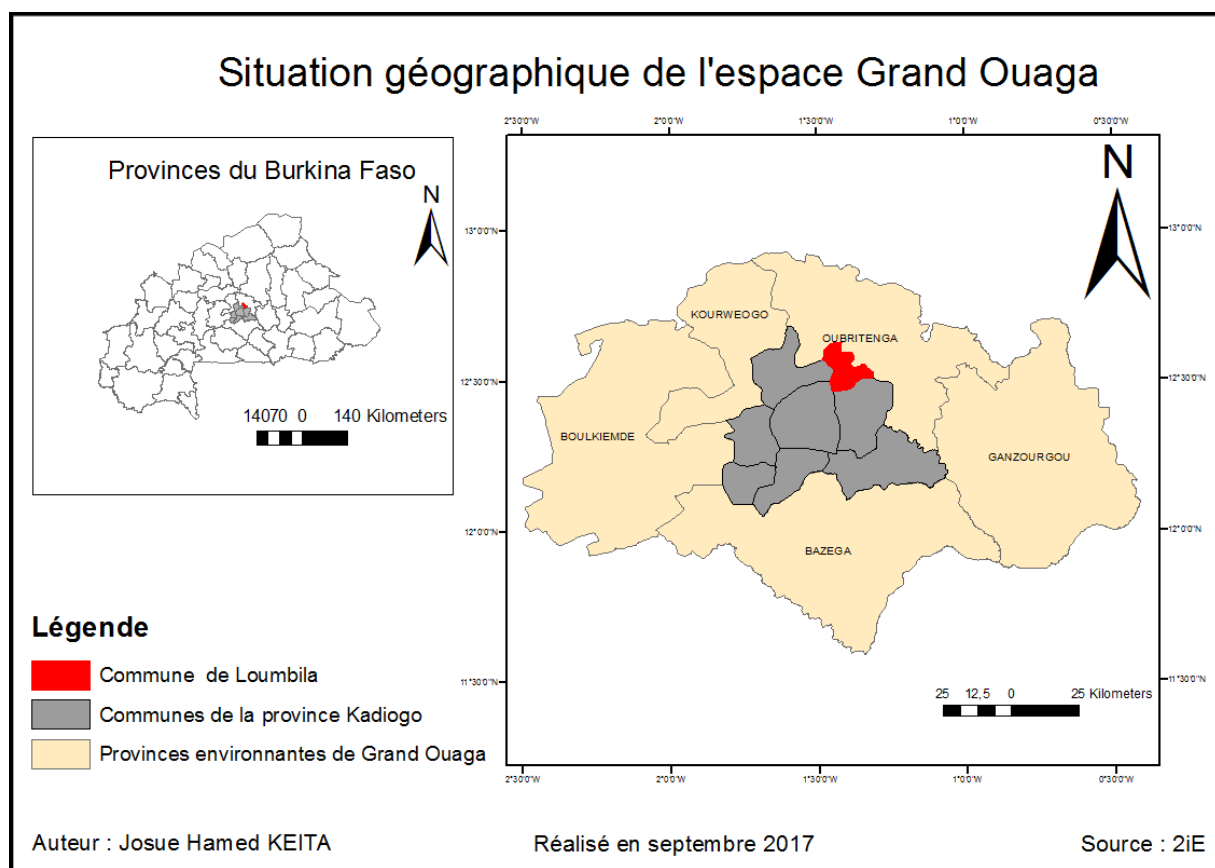


Figure 1 : Situation géographique de l'espace Grand Ouaga

L'espace « Grand Ouaga » couvre une superficie d'environ 3304 km² avec une population de 1 551 751 habitants (Tsipoaka, 2009).

II.1.2 Climat

Le territoire du Grand Ouaga est situé dans un climat soudano-sahélien marqué par deux grandes saisons qui subdivisent l'année en deux parties :

- La saison pluvieuse s'étend de mai à octobre; Celle-ci est marquée par les vents humides de la mousson. Les hauteurs d'eau sont rarement supérieures à 700 mm par an (figure 2). Les mois d'août sont les plus pluvieux.
- La saison sèche, va de novembre à avril et est dominée par les vents d'harmattan.

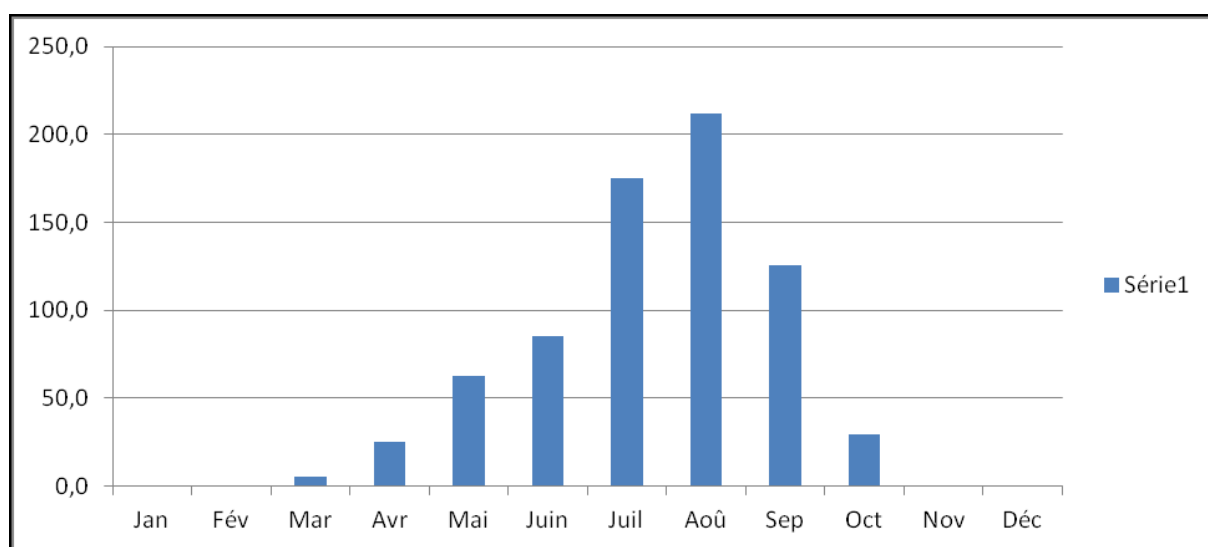


Figure 2: Variations mensuelles des précipitations à Ouagadougou entre 1981 et 2010
(Source : Direction de la météorologie nationale, 2011)

La température moyenne est d'environ 30° C avec un minimum de 18° C observé entre décembre et janvier et une valeur maximale de 40° C entre avril et mai (figure 3).

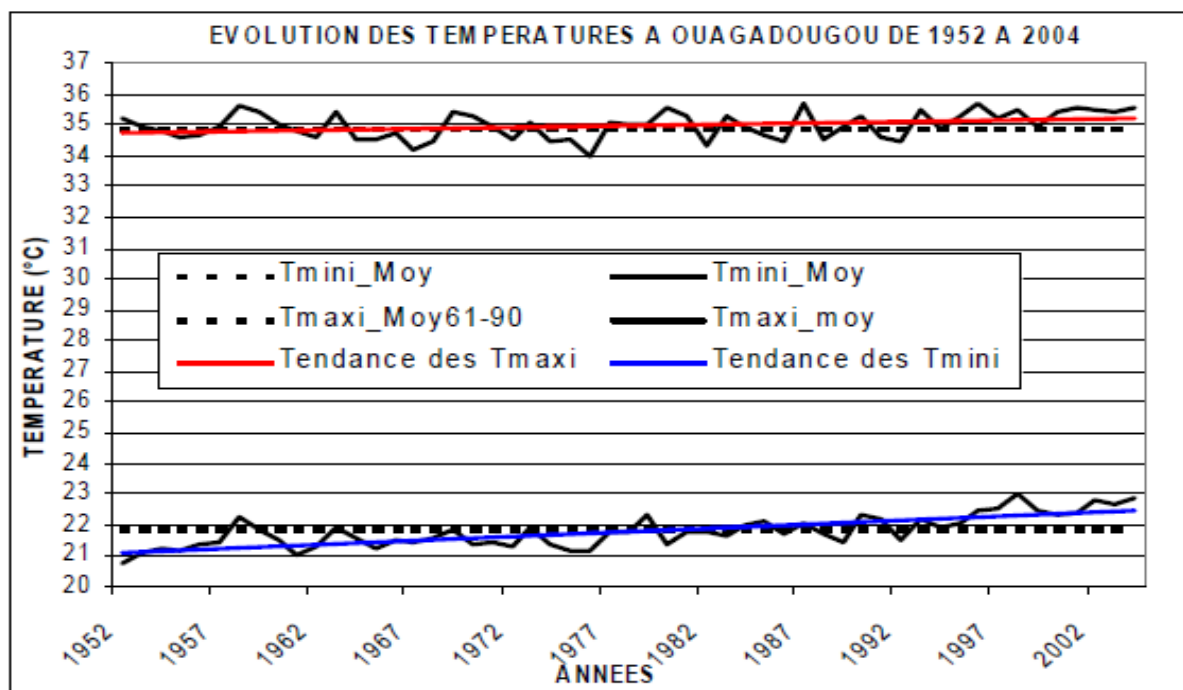


Figure 3 : Evolution interannuelle des températures minimales et maximales à Ouagadougou (Source : Direction de la Météo, 2005)

II.1.3 Relief et hydrographie de la zone d'étude

La connaissance de la pente et des altitudes est indispensable dans la compréhension de la dynamique des écoulements. Le relief a une influence notable sur les écoulements. En effet, la morphologie du bassin versant et de nombreux paramètres hydrométéorologiques (précipitation, température, etc.) varient avec l'altitude. La pente quant à elle influe sur la vitesse d'écoulement.

Sur le plan morphologique, le relief de Grand-Ouaga est celui du plateau mossi caractérisé par une pénéplaine peu élevée (300 à 400 mètres d'altitude) par rapport au niveau de la mer. Ce relief comprend :

- des plateaux cuirassés où émergent par endroits des buttes cuirassées ou croupes démantelées et de forme souvent convexe (plateau);
- des axes de drainage que constituent le Massili (une branche du Nakambé ou Volta Blanche).

Les pentes sont faibles et varient entre 0,6% et 1%. Ces faibles pentes dans l'espace Grand-Ouaga rendent difficile le ruissellement des eaux pluviales et l'évacuation des eaux usées. Ceci constitue une des causes d'inondation.

II.1.4 Facteurs pédologiques et végétation de la zone d'étude

Les processus hydrologiques sont beaucoup influencés par le facteur pédologique (**Hangnon, 2009**). Les sols dans l'espace « Grand-Ouaga » sont peu profonds, pauvres en éléments nutritifs. Ces sols présentent une structure fragile très sensible à l'érosion (**Leila, 2009**) et une faible capacité d'infiltration et de conservation d'eau. Ils sont de types ferrugineux tropicaux lessivés développés sur des matériaux sableux, sablo argileux ou argileux. On en distingue 4 types de sol (**PSRDO-CER, 2010**) :

- *les sols ferrugineux lessivés* qui se développent sur des matériaux d'altération de roches granitiques ;
- *les sols minéraux bruts* correspondant aux cuirasses en affleurement constitués de pisolithes, de gravillons ou de pierrailles ;
- *les sols hydro morphes* localisés aux abords des barrages et des marigots avec une faible capacité de gonflement ;
- *les sols solonetz ou sols halomorphes* dont la genèse est liée à la présence de chlorure de sodium géologique (granite, migmatites et leptimites).

Le couvert végétal le plus dominant est la savane arbustive claire parsemée de quelques grands arbres et une strate herbacée. Au niveau des terrasses alluviales et le long des axes de drainage on note une végétation rupicole. Ce couvert végétal se compose essentiellement :

- d'arbres de taille moyenne comme le *Butirespermum parkii* (karité), *Parkia biglobosa* (néré), *Ceiba pentandra* (baobab) ;
- d'arbustes, notamment des épineux ;
- d'herbes dont une partie est très utilisée dans la confection des paillotes (toitures de cases, de greniers ou de hangars, etc.).

Il existe, cependant, deux forêts classées assez denses :

- la forêt classée de Gonsé située à l'Est.
- "Le bois de Boulogne " dont l'aménagement entrepris par les autorités, rend ce site forestier plus agréable et plus attractif dans la ville de Ouagadougou.

La zone administrative de « Grand-Ouaga » est encore largement agricole, l'activité agricole la plus répandue est l'horticulture maraîchère appelée couramment le maraîchage qui constitue une source d'approvisionnement du marché local. Elle se pratique généralement aux bords des barrages et des retenues d'eau.

II.2 Caractérisation des bassins versants

II.2.1 Elaboration des modèles numériques de terrain

Un Modèle numérique de terrain (MNT) correspond à une représentation numérique du relief d'une zone géographique sous une forme adaptée à son utilisation par un ordinateur numérique (ordinateur). Dans le cadre de l'étude, l'élaboration du MNT est d'une importance capitale dans la mesure où il servira d'abord à délimiter nos bassins, ensuite d'en déduire leurs caractéristiques physiques et hydrologiques et enfin, il servira de support numérique pour nos différentes simulations. Pour son obtention, les données du programme ASTER (<http://gdem.ersdac.jspacesystems.or.jp/>) sont utilisées. Ce sont des données topographiques d'une résolution de 30 m. Les outils tels que Google Earth, Global Mapper 15 ont été utilisés comme supports pour générer les modèles numériques de terrain des sous-bassins étudiés. La figure 4 résume les différentes étapes pour l'élaboration du MNT.

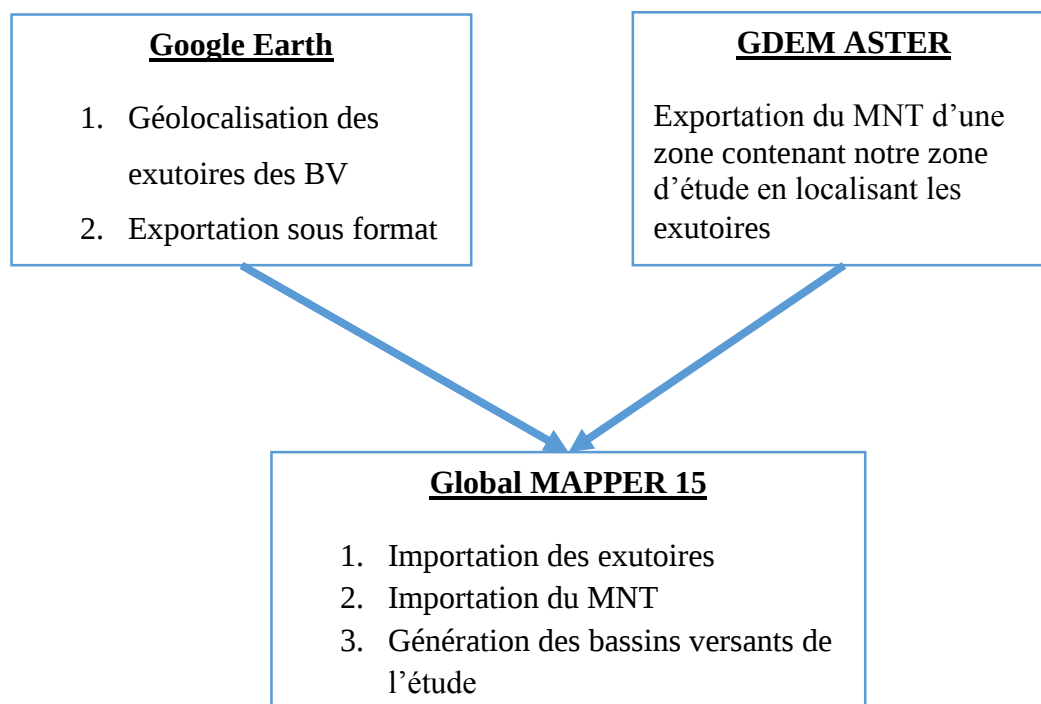


Figure 4: Etape d'élaboration des MNTs

II.2.2 Situation géographique des bassins versants de l'étude

Les exutoires de nos bassins versants se situent dans le quartier Rimkieta au Nord-Ouest et au Sud-Ouest en amont du barrage N°1 de Ouagadougou. Le bassin désigné Rimkieta 1, s'étend sur les communes de Ouagadougou et de Tanghin Dassouri. Le bassin versant dont l'exutoire de coordonnées : $12^{\circ}22'52.20''N$ et $1^{\circ}35'8.09''O$ (Nord-Ouest) désigné Rimkieta 2, s'étend quant à lui, sur les communes Pabré, Ouagadougou et de Tanghin Dassouri (figure 5).

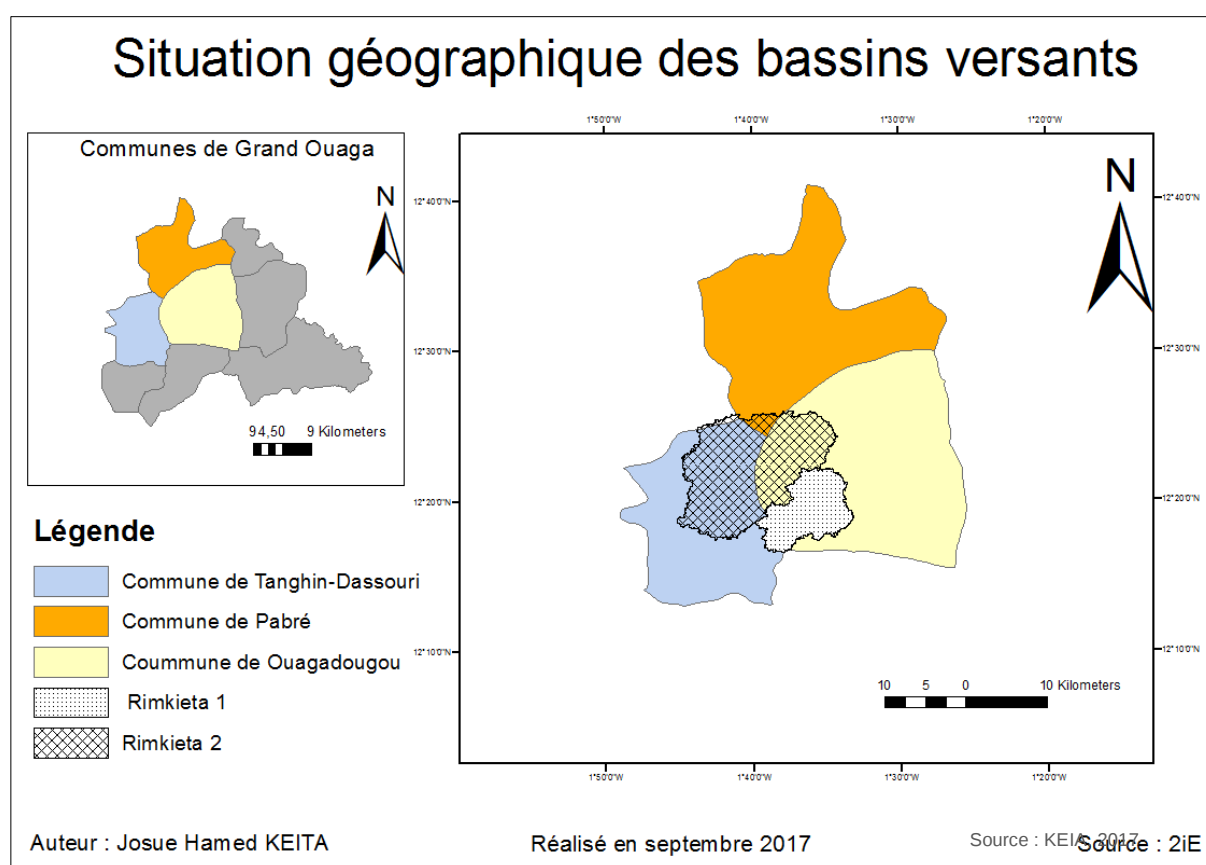


Figure 5 : Situation géographique des bassins versants

II.2.3 Caractérisation physique et hydrologique des bassins versants

Dans toute démarche de modélisation, il est fondamental dans un premier temps, d'avoir une compréhension du processus hydrologique se déroulant sur le bassin versant étudié (Sivaplan, 2003). Ce processus hydrologique, est compris grâce aux caractéristiques physiques et hydrographiques, qui se regroupent en trois classes :

- les caractéristiques de forme et de relief
- les caractéristiques du réseau de drainage
- les caractéristiques du sol et de son utilisation.

Ces caractéristiques influencent le temps et la signature de la réponse du bassin versant vis-à-vis d'un événement pluvieux.

II.2.3.1 Caractéristiques de forme et de relief

- *L'indice de Gravelius* : Il est défini comme étant le rapport du périmètre du bassin au périmètre du cercle ayant la même superficie. Il est appelé aussi coefficient de compacité

$$K_G = 0,28 \frac{P}{\sqrt{A}} \cdot (1)$$

- K_G : Indice de Gravelius ;
- P : Périmètre du bassin versant en (km) ;
- A : Surface du bassin versant en (km²).

Il est proche de 1 pour un bassin versant de forme quasiment circulaire et supérieur à 1 lorsque le bassin est de forme allongée. La forme d'un bassin versant influence l'allure de l'hydrogramme à l'exutoire du bassin versant. Par exemple, une forme allongée favorise, pour une même pluie, les faibles débits de pointe de crue, ceci en raison des temps d'acheminement de l'eau à l'exutoire plus importants.

- *La courbe hypsométrique* : La courbe hypsométrique représente la répartition de la surface du bassin versant en fonction de son altitude. Elle porte en abscisse la surface (ou le pourcentage de surface) du bassin qui se trouve au-dessus (en-dessous) de l'altitude représentée en ordonnée. Elle exprime ainsi la superficie du bassin ou le pourcentage de superficie, au-delà d'une certaine altitude.
- *Les altitudes caractéristiques* : altitude maximale, minimale, moyenne et médiane
- *Le rectangle équivalent* : qui est une transformation géométrique qui assimile le bassin à un rectangle ayant le même périmètre et la même surface. Les dimensions sont données par les équations suivantes :

$$L = \frac{K_G \sqrt{A}}{1,12} \left[1 + \sqrt{\left(1 - \left(\frac{1,12}{K_G}\right)^2}\right)} \right] \quad (2) \text{ et } l = \frac{K_G \sqrt{A}}{1,12} \left[1 - \sqrt{\left(1 - \left(\frac{1,12}{K_G}\right)^2}\right)} \right] \quad (3)$$

➤ *Indice de pente global :*

$$I_G = \frac{H_5 - H_{95}}{L}, (4) \text{ avec:}$$

- H_5 : altitude correspondant à 5% de la surface totale du bassin ;
- H_{95} : altitude correspondant à 95% de la surface totale du bassin.

L'obtention des altitudes caractéristiques, des surfaces et des périmètres, se feront grâce au logiciel Global Mapper 15. De ces valeurs seront déduites les autres caractéristiques qui en dépendent.

II.2.3.2 Caractéristique du réseau de drainage

La densité de drainage : longueur totale du réseau hydrographique par unité de surface du bassin versant est donnée par :

$$D_d = \frac{\sum_i^n L_i}{A}, (5)$$

- D_d : densité de drainage [km/km²] ;
- L_i : longueur totale de tous les cours d'eau d'ordre i [km] ;
- A : surface du bassin versant [km²].
- $\sum_i^n L_i$ Sera calculé à l'aide de Global Mapper 15.

II.2.3.3 Caractéristiques du sol et de son utilisation

Pour les caractéristiques du sol et de son occupation, nous exploiterons la base de données de l'occupation des terres fournie par l'IGB. Les informations obtenues permettront d'estimer les paramètres de friction et d'infiltration des deux bassins versants (**Tholin A.L., Keifer C.J., 1959**), (**Normand, 1971**) et (**Breuil, 1987**).

II.3 Modélisation des inondations

II.3.1 Modèle mathématique pour les écoulements

La modélisation hydrologique étant une représentation simplifiée de la réponse hydrologique d'un bassin versant à un événement de précipitation. La prochaine étape est la mise en équations du processus hydrologique par un modèle mathématique se basant sur les équations de Barré de Saint Venant, qui nous permettra de mettre en exergue la variabilité spatio-temporelle de ce processus sur le bassin versant.

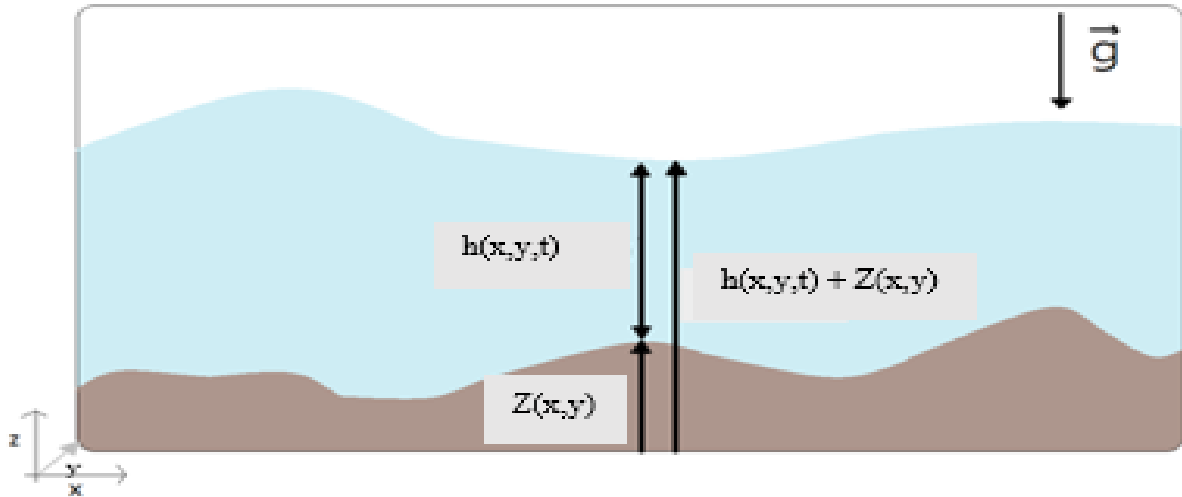


Figure 6: Domaine de validité des équations de Saint-Venant

II.3.1.1 Equations de Barré de Saint Venant

Les équations de Saint-Venant sont déduites d'une intégration suivant la verticale des équations de Navier-Stokes à surface libre tout en adoptant un certain d'hypothèses simplificatrices :

Domaine de validité_:

Nous considérons que la grandeur caractéristique verticale est négligeable aux grandeurs caractéristiques horizontales d'où l'appellation des écoulements "peu profonds". Si l'on se reporte à la figure 6 où $Z(x,y)$ est la bathymétrie, la profondeur $h(x,y,t)$ est négligeable devant les dimensions x et y .

Hypothèse de pression hydrostatique :

La pression est proche de l'équilibre hydrostatique ce qui suppose que l'accélération du mouvement sur la verticale est négligeable devant l'accélération due à la gravité cela se traduit par l'équation suivante :

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g.$$

où P est la pression en Pa, Z la côte en m, ρ la densité du fluide en Kg/m^3 et g le champ gravitationnel en m/s^2 .

Cette équation exprime une distribution linéaire et donc hydrostatique de la pression sur la verticale. Cette hypothèse nous permet de traduire la pression en termes de la hauteur d'immersion. En effet, l'intégration de cette équation sur la verticale en choisissant la constante telle que $p_{atm} = 0$, aboutit à l'expression de la pression à une coordonnée verticale ascendante z quelconque:

$$P(x, y, z) = \rho g(Z_s - Z),$$

où

Z_s est le niveau de la surface libre ;

$h_s = Z_s - Z$ est la hauteur d'immersion.

Hypothèse de l'imperméabilité du fond et de la surface libre :

On suppose qu'il n'y a pas de transfert de masse à travers le fond et la surface libre et qu'une particule d'eau située sur une de ces deux surfaces y restera au cours du temps, autrement dit nous négligerons les variations verticales de la vitesse devant les autres variables

Hypothèse de Boussinesq :

L'hypothèse de Boussinesq nous permet de négliger, dans les équations de quantités de mouvements, les variations de densité de l'eau $\Delta\rho$ par rapport à la densité de référence ρ_0 ($\Delta\rho \ll \rho_0$), à l'exception de celles rencontrées dans le terme de gravitation (terme de flottabilité), on suppose que le fluide considéré est incompressible soit donc :

$$\rho = \rho_0 + \Delta\rho = \rho_0.$$

Dans sa forme bidimensionnelle les équations de Saint-Venant s'écrivent :

Equation de continuité :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} = P - I. (1)$$

Equations de la quantité de mouvement :

$$\begin{cases} \frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial\left(hu^2/2 + \frac{1}{2}gh^2\right)}{\partial x} + \frac{\partial(huv)}{\partial y} = S_{fx} - gh\frac{\partial Z}{\partial x}, (2) \\ \frac{\partial(hv)}{\partial t} + \frac{\partial(huv)}{\partial x} + \frac{\partial\left(hv^2/2 + \frac{1}{2}gh^2\right)}{\partial y} = S_{fy} - gh\frac{\partial Z}{\partial y}. (3) \end{cases}$$

où :

- x et y sont les coordonnées spatiales en (m) et t le temps en (s) ;

- $h(x, y, t) \geq 0$, la hauteur d'eau en (m) et $\vec{u} = \begin{pmatrix} u(x,y,t) \\ v(x,y,t) \end{pmatrix}$, la vitesse moyenne de l'écoulement en (m/s) inconnues du système ;
- $Z(x, y)$, est la topographie considérée indépendante du temps (*pas d'érosion*) en (m) ;
- g le champ gravitationnel en (m/s^2) ;
- $P(x, y, t)$ et $I(x, y, t)$, représentent respectivement les intensités de pluie et d'infiltration en (m/s) ;
- $\vec{S}_f = \begin{pmatrix} S_{fx} \\ S_{fy} \end{pmatrix}$, représente le terme de friction en (m^2/s^2) ;
- hu respectivement hv est la quantité de mouvement ou le débit spécifique $q(x, y, t)$ en (m^2/s) ;
- $\frac{1}{2}gh^2$, la pression hydrostatique ;
- $\frac{\partial Z}{\partial y}$ respectivement $\frac{\partial Z}{\partial x}$, la pente du fond.

Les équations de Saint-Venant apparaissent sous deux formes fondamentales quand on considère ses variables d'état :

- la forme conservative qui s'appuie sur la hauteur d'eau et débit unitaire (hu , hv) ou la vitesse (u , v) ;
- la forme non-conservative qui utilise dénivellation de la surface libre et débit unitaire (hu , hv) ou la vitesse (u ; v).

Sous forme conservative les équations s'écrivent :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_x(U)}{\partial x} + \frac{\partial F_y(U)}{\partial y} = S(U). \quad (4)$$

avec :

- $U = \begin{pmatrix} h \\ hu \\ hv \end{pmatrix}$, le vecteur des variables d'état ;
- $F_x(U) = \begin{pmatrix} hu \\ hu^2/2 + \frac{1}{2}gh^2 \\ huv \end{pmatrix}$, le flux dans la direction des abscisses ;
- $F_y(U) = \begin{pmatrix} hv \\ huv \\ hv^2/2 + \frac{1}{2}gh^2 \end{pmatrix}$, le flux dans la direction des ordonnées ;

$$\Rightarrow S(U) = \begin{pmatrix} S_{fx} - gh \frac{\partial Z}{\partial x} \\ S_{fy} - gh \frac{\partial Z}{\partial y} \end{pmatrix}, \text{ le terme source.}$$

L'équation (4) peut aussi s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + A(U) \frac{\partial(U)}{\partial x} + B(U) \frac{\partial(U)}{\partial y} = S(U) \quad (5), \text{ avec :}$$

$$A(U) = \frac{\partial(F_x(U))}{\partial U} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -u^2 + gh & 2u & 0 \\ -uv & v & u \end{pmatrix} \quad (6) \text{ et}$$

$$B(U) = \frac{\partial(F_y(U))}{\partial U} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -u^2 + gh & 2u & 0 \\ -uv & v & u \end{pmatrix} \quad (7), \text{ les matrices Jacobiennes}$$

associées.

Alors :

$$\det(A(U) - \lambda I) = (u - \lambda) (\lambda - u - \sqrt{gh}) (\lambda - u + \sqrt{gh})$$

et

$$\det(B(U) - \lambda I) = (v - \lambda^*) (\lambda^* - v - \sqrt{gh}) (\lambda^* - v + \sqrt{gh}).$$

d'où les valeurs propres des matrices $A(U)$ et $B(U)$ sont respectivement :

$$\lambda_1 = u, \lambda_2 = u - \sqrt{gh}, \lambda_3 = u + \sqrt{gh} \text{ et } \lambda_1^* = v, \lambda_2^* = v - \sqrt{gh}, \lambda_3^* = v + \sqrt{gh}.$$

Pour $h > 0$, les valeurs propres sont deux à deux distinctes. Le système est donc strictement hyperbolique en dehors des zones sèches. La forme conservative est la mieux adaptée à résoudre les systèmes hyperbolique dans la mesure où la solution d'un tel système peut être représentée par une discontinuité. Elle assure donc une bonne prise en compte des discontinuités qui peuvent apparaître dans la solution (**Hervouet, 2003**).

II.3.1.2 Termes de pluie et d'infiltration

Lorsqu'il pleut sur un territoire, l'eau qui tombe au sol est en partie infiltrée, en partie évaporée et le reste ruisselle en surface. La répartition entre ces trois composantes diffère suivant les territoires et la nature de la pluie (durée, intensité).

En climat sahélien et semi-aride, les événements pluvieux sont réputés pour leurs fortes intensités et leurs courtes durées provoquant ainsi des ruissèlements dits Hortonien (**Albergel et al., 2003**). Un ruissèlement Hortonien survient lorsque l'intensité de pluie dépasse la capacité

d'infiltration instantanée du sol en surface (**Horton, 1933**). L'infiltration de pluie devient alors faible.

Le processus d'infiltration dans ce travail, sera évalué par la méthode de Horton (1933).

Le flux d'eau $i(t)$, pénétrant dans le sol en surface à l'instant t est donné par l'expression suivante :

$$i(t) = i_f + (i_0 - i_f)e^{-rt}, (8)$$

avec :

- $i(t)$: Capacité d'infiltration au temps t [mm/h] ;
- i_0 : Capacité d'infiltration initiale dépendant surtout du type de sol [mm/h] ;
- i_f : Capacité d'infiltration finale [mm/h] ;
- t : Temps écoulé depuis le début de l'averse [h] ;
- r : Constante empirique, fonction de la nature du sol [min-1].

La vitesse d'infiltration lors d'un épisode pluvieux d'intensité P se présente comme suit :

- Si $P \leq i(t)$, on est en phase non saturée, toute la pluie s'infiltre. On a $i(t) = P(t)$;
- Si $P \geq i(t)$, on passe en phase saturée du sol, une partie seulement de la pluie s'infiltre, l'autre partie va ruisseler. Dans ce cas :

$$i(t) = i_f + (i_0 - i_f)e^{-rt}.$$

Le cumul d'infiltration $I(T)$ est déduite de la relation suivante :

$$I(T) = \int_0^T i(t)dt,$$

et est donné par :

$$I(T) = i_f T + \frac{(i_0 - i_f)(1 - e^{-rT})}{r}, (9)$$

avec T durée de l'averse en (h).

II.3.1.3 Terme de friction

La friction est la force qui oppose une résistance au mouvement du fluide. Elle dépend de l'occupation du sol. Le terme de friction est donné par la formule de Manning :

$$S_f = \frac{q|q|}{K^2 h^{10/3}}, (10)$$

avec K le coefficient de Manning ($\text{m/s}^{1/3}$).

II.3.2 Résolution numérique des équations de Saint-Venant

La résolution des équations aux dérivées partielles (EDP) se fait par des méthodes numériques telles que les méthodes d'éléments finis, de différences finies et de volumes finis. Dans cette étude, nous utiliserons la méthode des volumes finis, pour l'avantage qu'elle est en liaison directe avec les propriétés physiques des écoulements. En effet, le principe de base de la méthode est la discrétisation directe de la forme intégrale de la loi de conservation sur un espace physique. Un autre avantage de la méthode des volumes finis est qu'elle est facilement utilisable avec des maillages non structurés. En effet, la formulation d'une méthode de volumes finis ne tient aucunement compte de la complexité du maillage, pour ce qui est de la discrétisation des lois de conservation (**Chaabelasri , 2011**).

II.3.2.1 Méthode des volumes finis

La résolution de cette équation par la méthode des volumes finis consiste d'abord à discrétiser le domaine d'espace en cellules ou volumes finis (figure 7).

$$C_i X C_j = \int_{x_{i-1/2}, x_{i+1/2}} \left[X \right]_{y_{j-1/2}, y_{j+1/2}} ,$$

avec $\{i, j\} \in \mathbb{Z}$.

Centrée respectivement sur

$$x_i = \frac{x_{i-1/2} + x_{i+1/2}}{2} \text{ et } y_j = \frac{y_{j-1/2} + y_{j+1/2}}{2}.$$

De longueurs respectives

$$\Delta x = x_{i+1/2} - x_{i-1/2} > 0 \text{ et } \Delta y = y_{j+1/2} - y_{j-1/2} > 0.$$

Les indices demi-entiers désignent les interfaces d'une cellule avec les cellules voisines. De même on se donne un pas de discrétisation Δt en temps et une suite d'instants discrets

$$t^n = n\Delta t, n \in \mathbb{N}.$$

Avec comme condition de stabilité, celui de Courant-Friedrich-Levy (CFL) :

$$CFL = \frac{\Delta x}{\Delta t} \leq 0,05.$$

Le système est intégré sur chaque cellule et sur chaque pas de temps, soit donc :

$$\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial(F_x(U))}{\partial x} + \frac{\partial(F_y(U))}{\partial y} \right) dx dy dt = \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}} \int_{t^n}^{t^{n+1}} (S(U)) dx dy dt. \quad (11)$$

Pour une question de stabilité numérique, la résolution se fera en deux étapes. On parle de « splitting dimensionnelle » ou décomposition du système en plusieurs étapes.

La première étape consiste à résoudre suivant l'axe x :

$$\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_x(U)}{\partial x} \right) dx dt = \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \int_{t^n}^{t^{n+1}} S(U) dx dt, \quad (12)$$

La seconde étape consiste à considérer la solution précédemment obtenue comme second membre, ensuite résoudre à nouveau l'équation cette fois-ci suivant l'axe y :

$$\int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_y(U)}{\partial y} \right) dy dt = \int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}} \int_{t^n}^{t^{n+1}} S(U) dy dt. \quad (13)$$

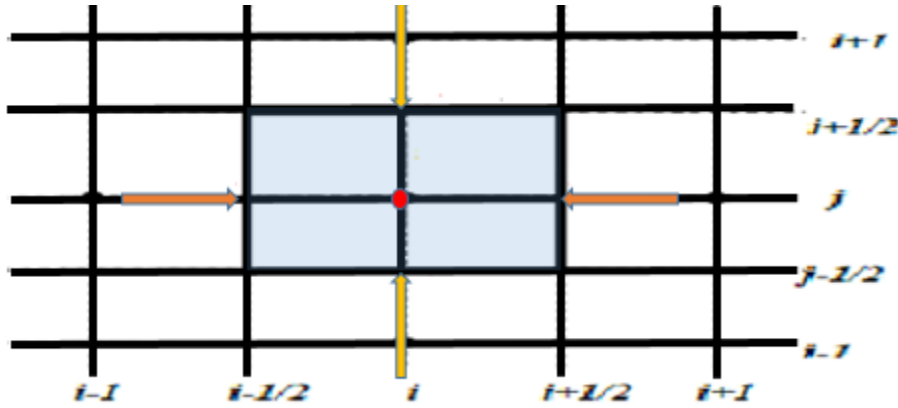


Figure 7: Discretisation du domaine géométrique

Pour faciliter la compréhension de la démarche, nous montrerons les étapes de résolution du système en une dimension.

Résolution du système Barré saint-venant suivant l'axe x

Soit donc l'équation (12), précédente :

$$\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \int_{t^n}^{t^{n+1}} \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_x(U)}{\partial x} \right) dx dt = \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \int_{t^n}^{t^{n+1}} S(U) dx dt,$$

avec :

$$S(U) = S_z + S_p + S_f,$$

où :

- $S_z = \begin{pmatrix} 0 \\ -gh \frac{\partial Z}{\partial x} \end{pmatrix}$, est le terme source prenant en compte la topographie ;
- $S_p = \begin{pmatrix} P-I \\ 0 \end{pmatrix}$, est le terme source pluie et infiltration ;
- $S_f = \begin{pmatrix} 0 \\ S_{fx} \end{pmatrix}$, est le terme source lié au frottement.

Après décomposition du terme source $S(U)$, la résolution se fait comme suit :

1. Prise en compte de la topographie :

$$\text{Soit } \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_x(U)}{\partial x} = S_z. \quad (14)$$

La résolution du système de de Barré Saint-Venant en tenant compte uniquement de la topographie ne peut pas se faire par schéma splitting, qui consisterait à résoudre l'équation homogène, puis ajouter le terme source. Car une telle approche présente de mauvais résultat lorsque u correspond à un état stationnaire :

$$\begin{cases} u = 0, & (15) \\ \frac{\partial \left(\frac{1}{2} gh^2 \right)}{\partial x} = -gh \frac{\partial Z}{\partial x}. & (16) \end{cases}$$

L'équation (16), se réduit à :

$$H = h + Z = \text{constante},$$

où H est le niveau d'eau.

Cet état correspond physiquement à celui d'un plan d'eau au repos.

Pour préserver cet état d'équilibre, on a opté pour un schéma en volume fini dit « schéma bien balancée », qui consiste à une reconstruction hydrostatique (figures 8a et 8b).

Proposé par **Audusse et al. (2004)**, on définit :

$$\left\{ \begin{array}{l} h_{i+1/2G} = \max(h_i + z_i - \max(z_i, z_{i+1}), 0), \\ h_{i-1/2D} = \max(h_{i+1} + z_{i+1} - \max(z_i, z_{i+1}), 0), \\ U_{i+1/2G} = (h_{i+1/2G}, h_{i+1/2G} * u_i), \\ U_{i-1/2D} = (h_{i-1/2D}, h_{i-1/2D} * u_i). \end{array} \right. \quad (17)$$

Avec :

$h_{i+1/2G}$ (resp. $h_{i-1/2D}$), la hauteur d'eau reconstruite à gauche (resp. à droite) de chaque cellule ;

$U_{i+1/2G}$ (resp. $U_{i-1/2D}$), la solution reconstruite à gauche (resp. à droite) de chaque cellule.

Les hauteurs d'eau sont maintenues positives. Le schéma numérique se présente comme suit :

$$U_i^{n+1} - U_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathcal{F}_{x_{i+\frac{1}{2}G}}^n - \mathcal{F}_{x_{i-\frac{1}{2}D}}^n) = 0, \quad (18)$$

où :

$$\mathcal{F}_{x_{i-\frac{1}{2}D}}^n = \mathcal{F}_{x_{i-\frac{1}{2}}}^n + s_{i-\frac{1}{2}D} \quad (\text{resp. } \mathcal{F}_{x_{i+\frac{1}{2}G}}^n = \mathcal{F}_{x_{i+\frac{1}{2}}}^n + s_{i+\frac{1}{2}G}),$$

sont les flux numériques reconstruits aux interfaces de chaque cellule avec

$\mathcal{F}_{x_{i-\frac{1}{2}}}^n$ (resp. $\mathcal{F}_{x_{i+\frac{1}{2}}}^n$), les flux numériques avant reconstruction ;

$s_{i-\frac{1}{2}D} = \left(P(h_i^n) - \overset{0}{P}(h_{i-1/2D}^n) \right)$ resp. $s_{i+\frac{1}{2}G} = \left(P(h_i^n) - \overset{0}{P}(h_{i+1/2G}^n) \right)$ sont les expressions conservatives où $P(h) = \frac{1}{2}gh^2$, est la pression hydrostatique.

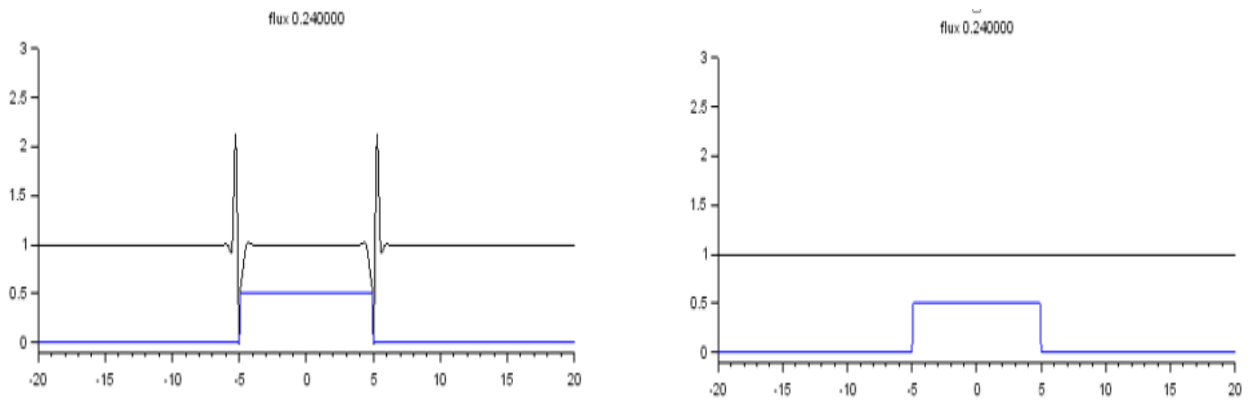


Figure 8 : Illustration de la simulation du lac au repos sans reconstruction hydrostatique (8a) et après reconstruction hydrostatique (8b).

2. Ajout du terme de pluie et infiltration

Le terme de pluie est traité par un splitting qui consiste à résoudre l'équation :

$$\frac{dh}{dt} = P(t) - i(t). \quad (19)$$

On résout l'équation (19) en intégrant sur une cellule et sur le demi-pas de temps :

$$\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \int_{t^n}^{t^{n+1/2}} \left(\frac{dh}{dt}\right) dx dt = \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \int_{t^n}^{t^{n+1/2}} (P(t) - i(t)) dx dt.$$

On obtient :

$$h_i^{n+1.2} = h_i^n + \frac{dt}{2} P_i^n - \left(I \left(t^{n+\frac{1}{2}} \right) - I(t^n) \right). \quad (20)$$

L'hétérogénéité des paramètres d'infiltration et de la pluie va poser des problèmes au modèle de Horton. En effet avec le ruissellement, l'apport en eau sur une cellule ne vient pas seulement de la pluie mais il peut aussi venir de l'écoulement venant d'une autre cellule. La quantité d'eau disponible à l'infiltration sur une cellule au temps t^n est alors :

$$w_i^n = \frac{2}{dt} h_i^n + P_i^n \quad (21).$$

Une comparaison entre l'infiltrabilité et la quantité d'eau disponible sur chaque cellule est faite.

On a donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} W \leq i(t), \text{ toute l'eau disponible s'infiltré dans la cellule et } I_i^{n+\frac{1}{2}} = I_i^n + \frac{dt}{2} P_i^n + h_i^n, \\ \quad d'où \quad h_i^{n+1.2} = 0; \\ W \geq i(t), \text{ la cellule est saturée, alors } I_i^{n+\frac{1}{2}} - I_i^n = i_f t^n + \frac{(i_0 - i_f)(1 - e^{-rt^n})}{r}, \\ \quad d'où \quad h_i^{n+1.2} = h_i^n + \frac{dt}{2} P_i^n - \left(i_f t^n + \frac{(i_0 - i_f)(1 - e^{-rt^n})}{r} \right). \end{array} \right.$$

3. Ajout du terme friction

Le terme source lié au frottement est ajouté à l'équation 18 comme suit :

$$U_i^* - U_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathcal{F}_{x_{i+\frac{1}{2}G}}^n - \mathcal{F}_{x_{i-\frac{1}{2}D}}^n) = 0,$$

U_i^* solution intermédiaire obtenue, dans la phase sans friction

$$\frac{U_i^{n+1} - U_i^*}{\Delta t} = S_f(U_i^{n+1}),$$

avec :

$$S_f(U_i^{n+1}) = \frac{q_i^{n+1}}{1 + \Delta t * g * K * \frac{(h_i^{n+1})^3}{|q_i^{n+1}|}} \cdot (22)$$

II.3.2.2 Choix du flux numérique

Il existe plusieurs méthodes pour déterminer un flux numérique. Deux critères principaux jouent un rôle important dans son choix :

- Consistance : la consistance est la propriété minimale requise pour un schéma, pour assurer que l'on approche bien la solution de l'équation ;
- Stabilité : est la propriété nécessaire et suffisante, pour s'assurer de la convergence de la solution.

Plusieurs recherches (**EL Bouajaji, 2007**) ont été faites sur les flux numériques. Ainsi, le flux numérique de Harten, Lax et van Leer (noté HLL) s'est avéré plus stable et facile à implanter (équation 21)

$$\mathcal{F}(U_G, U_D) = \begin{cases} F(U_G) & \text{si } 0 \leq c_2, \\ \frac{c_2 F(U_G) - c_1 F(U_D)}{c_2 - c_1} + \frac{c_1 c_2}{c_2 - c_1} (U_D - U_G) & \text{si } c_1 < 0 < c_2, \\ F(U_D) & \text{si } 0 \leq c_1. \end{cases} \quad (21)$$

avec :

$c_1 = \min_{U=U_G, U_D} (\min_{j=1,2,3} \lambda_j(U))$ et $c_2 = \max_{U=U_G, U_D} (\max_{j=1,2,3} \lambda_j(U))$, paramètres fonctions des valeurs propres

des matrices jacobiniennes de l'équation (5);

U_G et U_D sont les solutions respectives à gauche et à droite de chaque cellule.

II.3.3 Support de modélisation

Pour cette étude, le logiciel Scilab version 6.0.0 a servi de support informatique pour la résolution numérique de la dynamique des écoulements dans les sous-bassins considérés.

Scilab est un logiciel de calcul numérique open source gratuit, téléchargeable sur son site web www.scilab.org qui fournit un puissant environnement de développement pour les applications scientifiques et l'ingénierie.

II.3.4 Evaluation des performances de l'outil de modélisation

Plusieurs tests sont effectués pour tester la capacité du modèle développé à simuler les écoulements. Il s'agit dans un premier temps de simuler les processus hydrologiques des deux bassins versants et de comparer les résultats obtenus à la topographie afin de s'assurer que les eaux de ruissellement suivent le réseau hydrographique des bassins versants. Dans un second temps, une étude de sensibilité du modèle aux intensités de pluie est réalisée. Ce test permettra d'apprécier, la capacité du modèle à reproduire l'effet de saturation sur les écoulements. Pour finir, la crue du 20 juillet 2016 est simulée aux exutoires des deux bassins versants. Les hydrogrammes simulés sont ensuite comparés aux hydrogrammes observés.

L'appréciation de la performance de l'outil se fera à l'aide du critère de Nash, qui s'énonce comme suit :

$$\text{Nash} = 1 - \frac{\sum_i^N (h_{sim,i} - h_{obs,i})}{\sum_i^N (h_{sim,i} - \bar{h}_{obs,i})}, \text{ tel que } \text{Nash} \in]-\infty, 1]$$

Où N , h_{sim} , h_{obs} sont, respectivement, le nombre d'observations, la hauteur d'eau simulée pour le pas de temps i , la hauteur d'eau observée pour le pas de temps i , et la moyenne des hauteurs d'eau observées. Un critère de Nash de 1 signifie un ajustement parfait entre données mesurées et simulées. Un critère négatif indique que le modèle donne de moins bons résultats que l'utilisation de la moyenne de l'échantillon. On considère généralement qu'un modèle hydrologique donne des résultats acceptables si la valeur du critère de Nash est supérieure à 0,8 (Majid M., Fethi L., 2010).

III. RESULTATS ET DISCUSSIONS

III.1 Modèles numériques de terrain des bassins versants

Les figures 8a et 8b présentent les MNTs des deux bassins versants étudiés. Les altitudes sur les 2 bassins varient entre 290 et 369 m qui se situe approximativement dans la classe des altitudes (300 à 400 mètres) de l'espace « Grand Ouaga » déjà mentionnée plus haut. Les altitudes les plus élevées de Rimkieta 1 se situent au Sud et à l'Ouest de son exutoire, donnant ainsi le sens de l'écoulement des eaux de ruissellement du Sud-Ouest vers le Nord. Quant à Rimkieta 2, les altitudes les plus élevées par rapport à son exutoire sont situées au Sud et au Sud-Ouest. Les écoulements se font de l'Ouest vers l'Est.

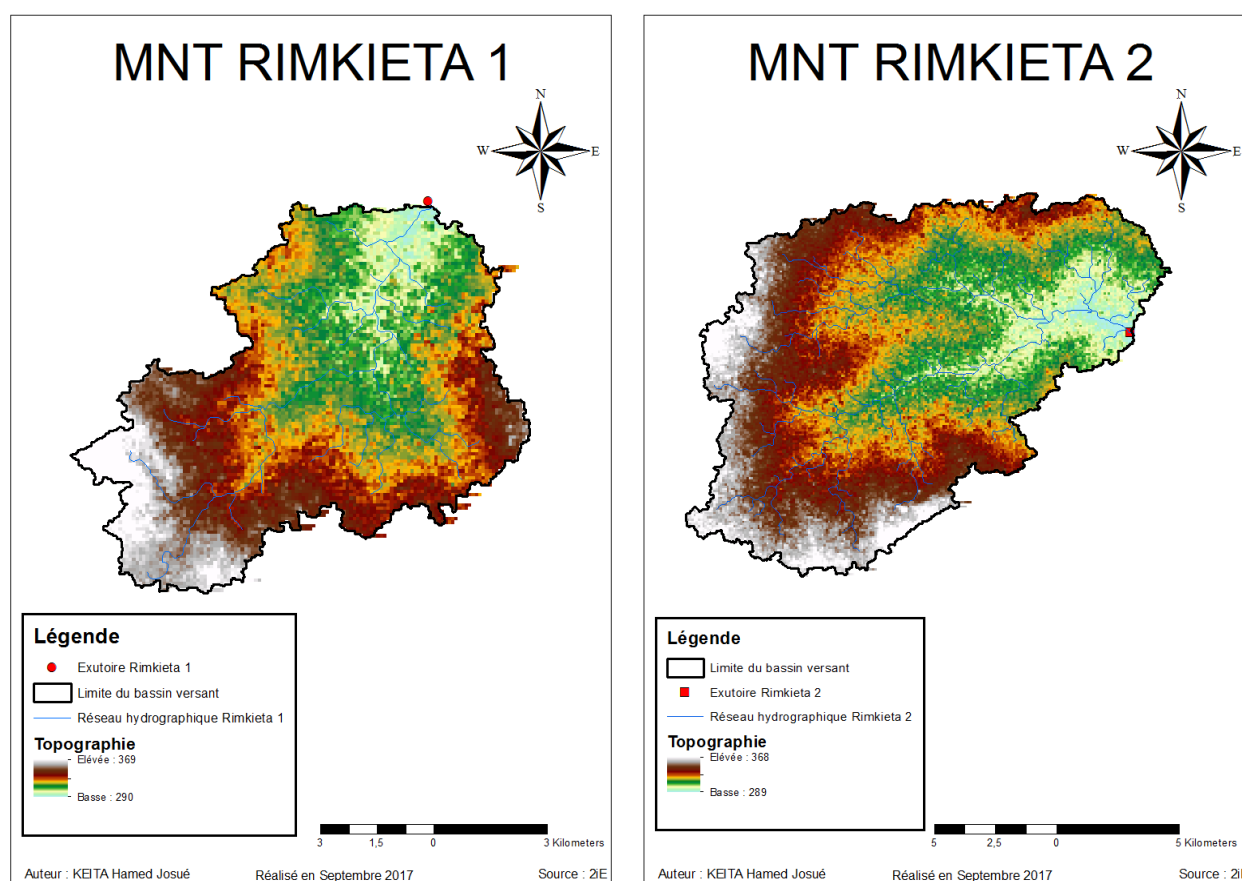


Figure 9 : Modèles numériques de terrain des bassins versants de Rimkieta 1 (8a) et Rimkieta 2 (8b)

III.1.1 Caractéristiques physiques et hydrologiques des bassins versants

III.1.1.1 Caractéristiques de forme et de relief

Le tableau 1 résume les valeurs des paramètres donnant des informations sur la géométrie des bassins versants.

Tableau 1:Caractéristiques de la forme des bassins versants

Bassins versants	Superficie (Km ²)	Périmètre (Km)	Indice de Gravelius Kg	Rectangle équivalent	
				L (Km)	l (Km)
Rimkieta 1	74,78	57,33	1,86	25,83	2,90
Rimkieta 2	185,47	87,14	1,79	38,74	4,79

Les valeurs des indices de Gravelius (tableau 1) des bassins versants sont supérieures à 1. Les bassins versants sont donc de formes allongées, ce qui entrainera un long temps d'acheminement des eaux de ruissellements aux exutoires des bassins versants. Les courbes hypsométriques (figures 9a et 9b) des bassins versants montrent que 95% de Rimkieta 1 est au-dessus de l'altitude 302 m et 5% du bassin au-dessus de 350 m. Tandis que 95% de Rimkieta 2 est au-dessus de l'altitude 301 m et 5% du bassin au-dessus de 344,1 m.

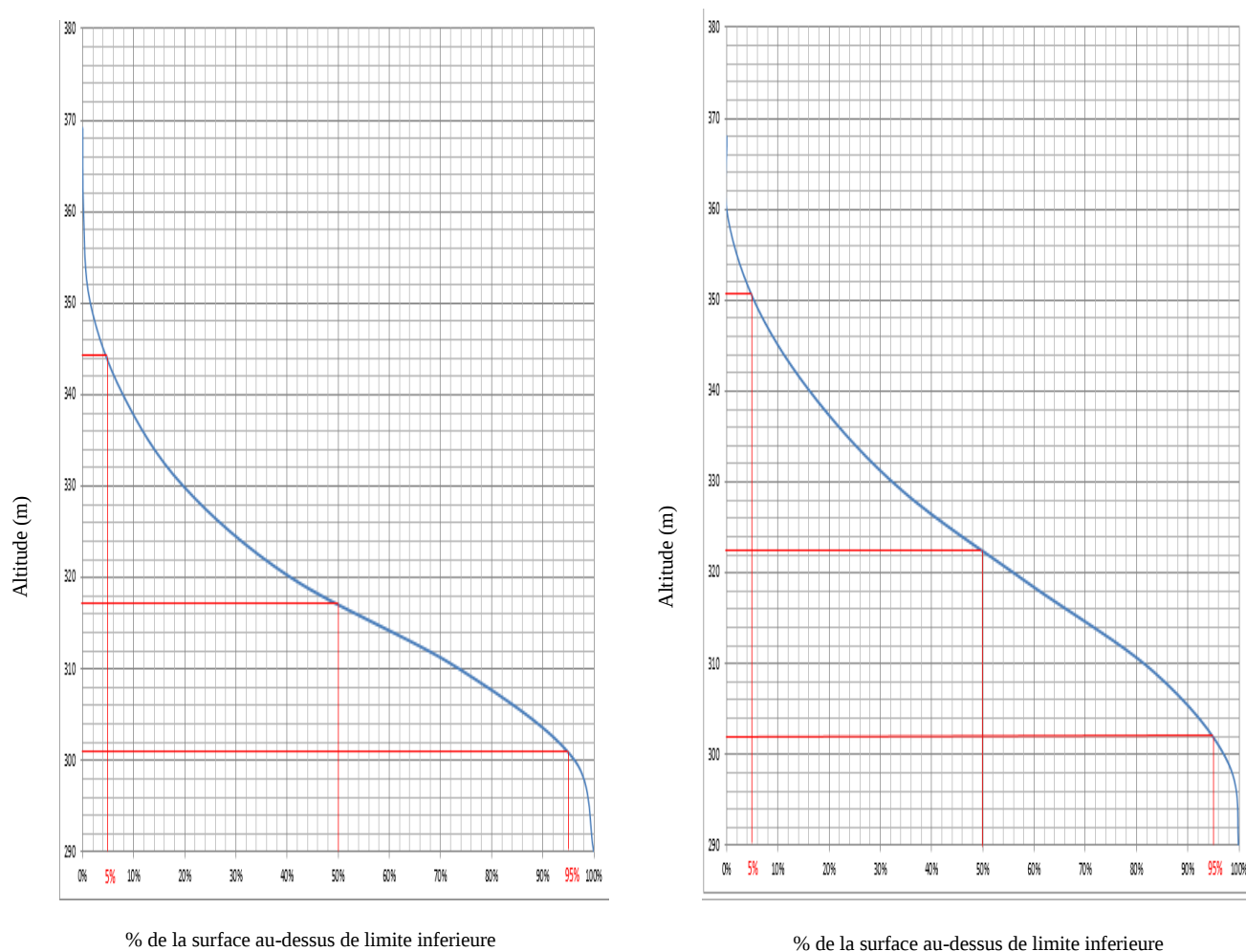


Figure 10 : Courbes hypsométriques des bassins versants Rimkieta 1 (9a) et Rimkieta 2 (9b)

Les caractéristiques du relief des bassins versants sont résumées dans le tableau 2.

Tableau 2:Caractéristiques du relief des bassins versants

Bassins versants	Altitudes maximales (m)	Altitudes minimales (m)	Altitudes médianes (m)	Pentes moyennes I (%)	Indices de pente global I_G (m/Km)	Dénivelées spécifiques D_s (m)
Rimkieta 1	369	368	317,40	0,68	1,49	12,71
Rimkieta 2	290	289	322,80	0,71	0,83	11,62

Les valeurs des pentes moyennes 0,68% et 0,71%, se situent bien dans l'intervalle des pentes (0,6% à 1%) observés dans l'espace « Grand Ouaga ». Les dénivelées spécifiques des deux bassins versants sont tout deux inférieurs à 50 m, le relief des deux bassins versants sont faibles (FAO 54, 1998), entraînant des ruissellements faibles.

III.1.1.2 Caractéristiques du réseau hydrographique

Les densités de drainage pour les bassins de Rimkieta 1 et Rimkieta 2 sont respectivement de 0,79 Km/Km² et 1,08 Km/Km² tout deux inférieurs 1,5 Km/Km², les deux bassins versants sont mal drainés ce qui atteste la présence de faibles pentes (Horton, 1945). Les longueurs des cours d'eau principaux de Rimkieta 1 et Rimkieta 2 sont respectivement de 24,74 Km et 37,78 Km

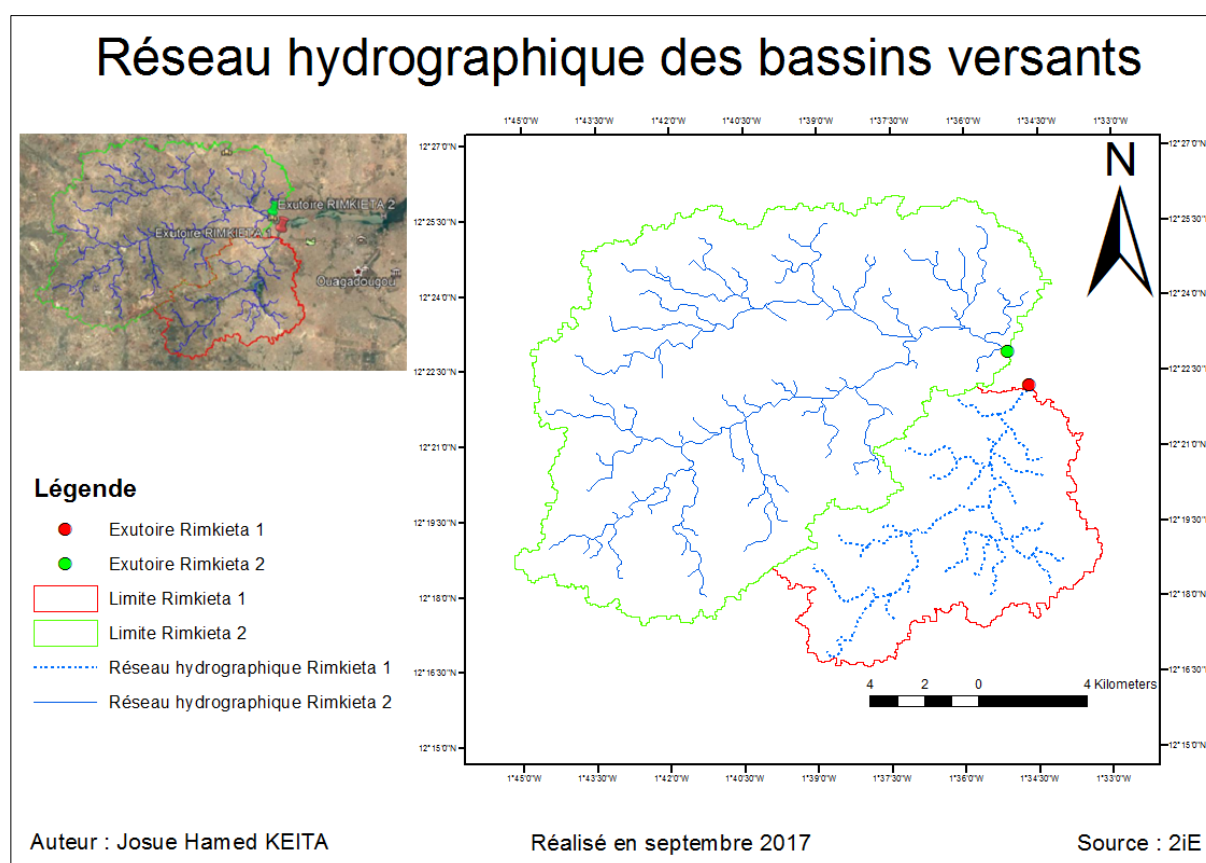


Figure 11 : Réseau hydrographique des bassins versants

III.1.1.3 Occupation du sol et son utilisation

L'occupation du sol des bassins versants obtenue à partir des données de l'IGB est présentée à la figure 11. On distingue quatre types d'unités : les sols cultivés, les sols végétalisés, les sols

nus sensibles à l'érosion et où peut se produire des écoulements de type Hortonien et finalement des sols urbanisés ou zones urbanisées, ne favorisant pas l'infiltration.

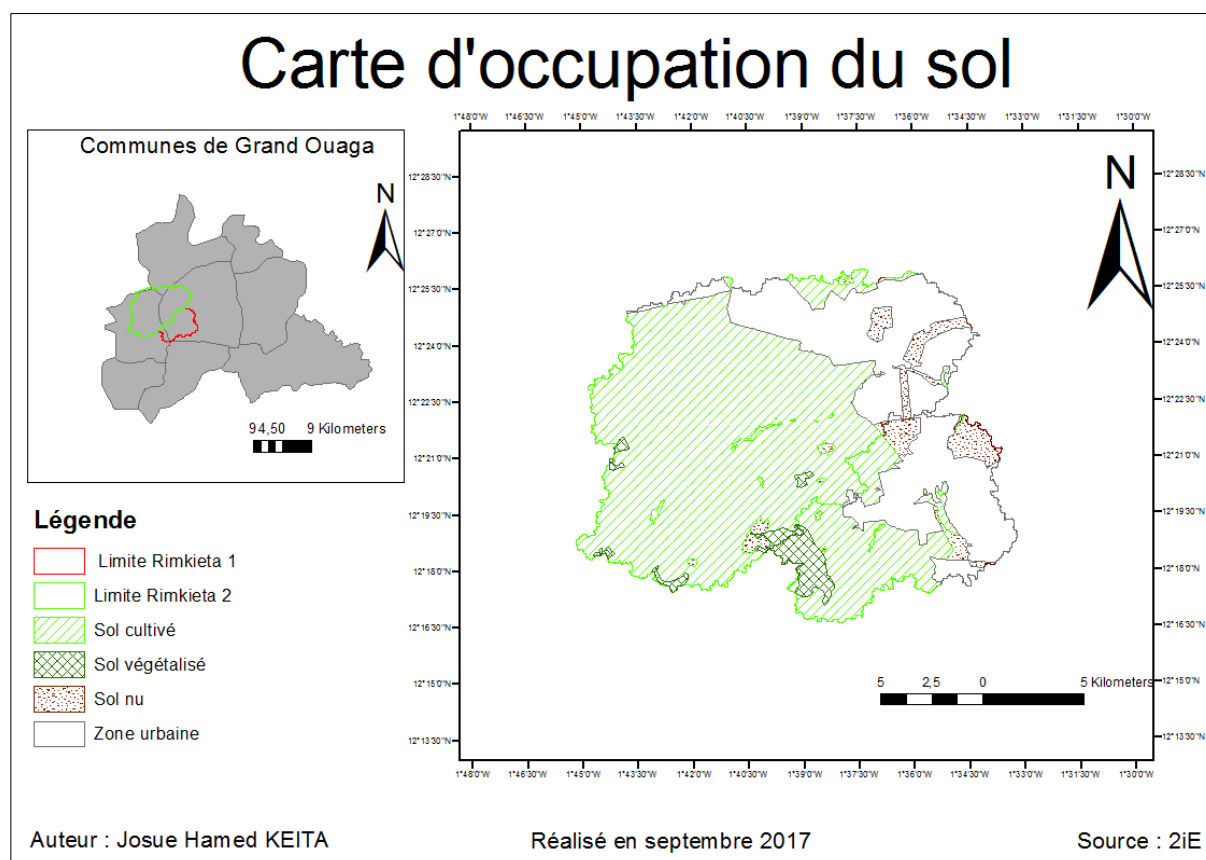


Figure 12: Carte d'occupation du sol

Les tableaux 3 et 4 résument pour chaque type d'occupation de sol les valeurs des paramètres de friction et d'infiltration.

Tableau 3: Coefficients de Manning pour la friction (Source : (MTQ, 1995 ; MTO, 1997 ; FHWA, 2005)).

Type d'occupation du sol	Coefficients de Manning (s/ m-1/3)
Sol végétalisé	0,05
Sol nu	0,02
Sol cultivé	0,05
Sol urbain	0,015

Tableau 4 : Coefficients de Horton pour l'infiltration(Source : (Tholin A.L., Keifer C.J., 1959), (Normand, 1971) et (Breuil , 1987)).

Type d'occupation du sol	Infiltration maximale i_0 (mm/h)	Infiltration finale i_f (mm/h)	Paramètre empirique r (h ⁻¹)
Sol végétalisé	105	35	4,98
Sol nu	18	6	4,98
Sol cultivé	75	25	4,98
Sol urbain	9	3	4,98

III.1.2 Scénarios de simulation des crues sur les bassins versants

III.1.2.1 Scénario 1 : Mise en évidence du processus hydrologique par le modèle

Pour ce scénario, une pluie d'intensité constante de 80 mm/h est simulée par le modèle. La hauteur et la vitesse des écoulements sont considérées nulles à l'instant initial. Le temps de simulation est de 360 minutes dont les 120 premières minutes correspondent à la durée de la pluie. Les figures 13 et 15 présentent les résultats de cette simulation. Les hauteurs des écoulements varient entre 1 m (couleur marron) et 4 m (couleur bleu). On observe que l'eau qui ruissèle a tendance à s'accumuler dans les zones les plus basses des bassins versants (figures 14 et 16). Cette accumulation devient de plus en plus importante avec la durée des simulations. Ce premier scénario met évidence la prise en compte de l'infiltration par le modèle qui s'illustre par, la disparition progressive de l'eau à certain endroit de la surface des bassins versants. Le modèle arrive également à simuler le ruissellement qui se traduit par le cumule des eaux dans les zones les plus basses des bassins versants.

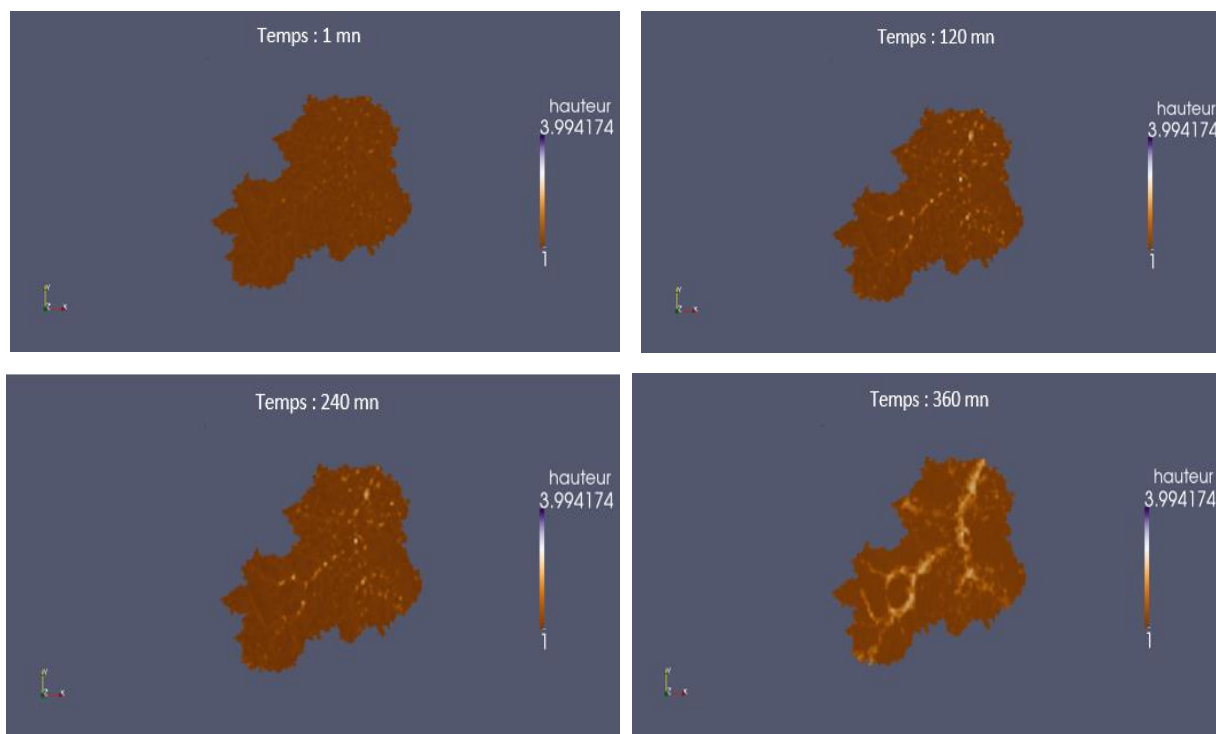


Figure 13 : Evolution des écoulements dans le bassin Rimkieta 1 après un événement pluvieux aux temps 1 mn, 120 mn, 240 mn et 360 mn

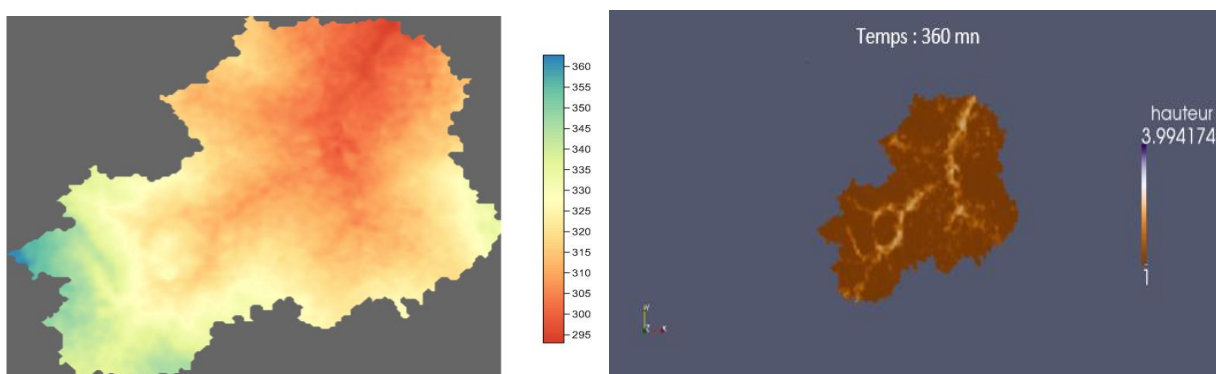


Figure 14 : Comparaison de simulation de la hauteur d'eau et de la topographie

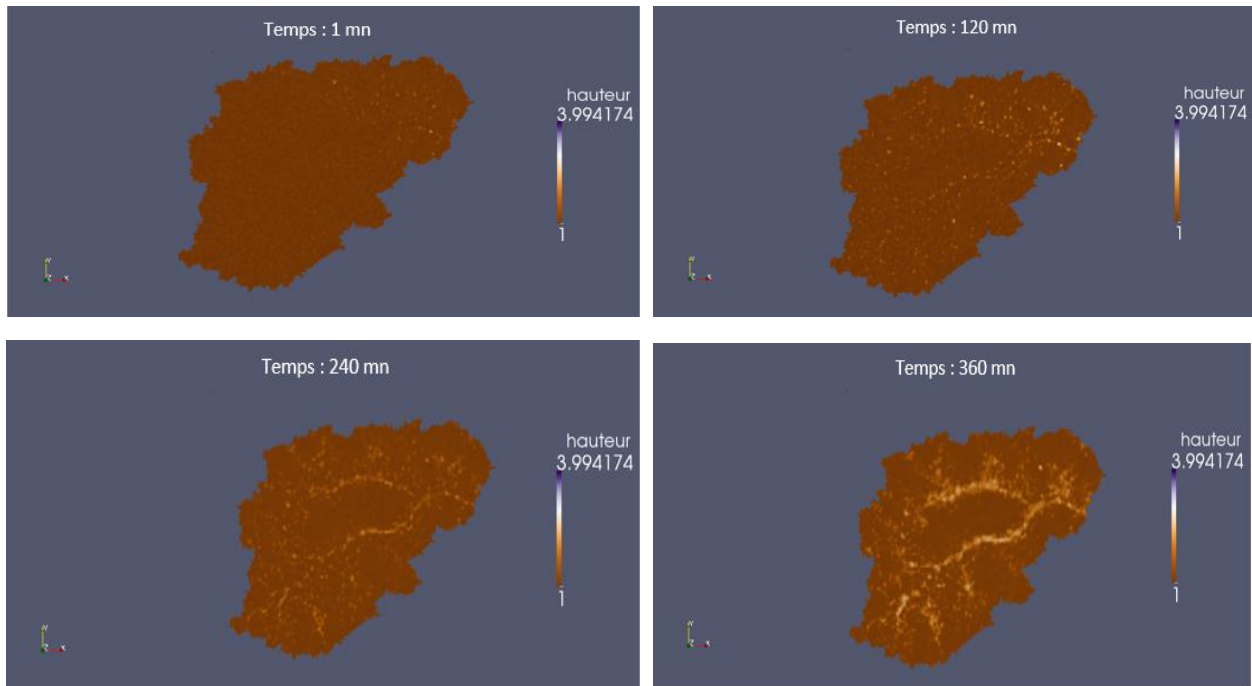


Figure 15: Evolution des écoulements dans le bassin Rimkieta 2 après un évènement pluvieux aux temps 1 mn, 120 mn, 240 mn et 360 mn

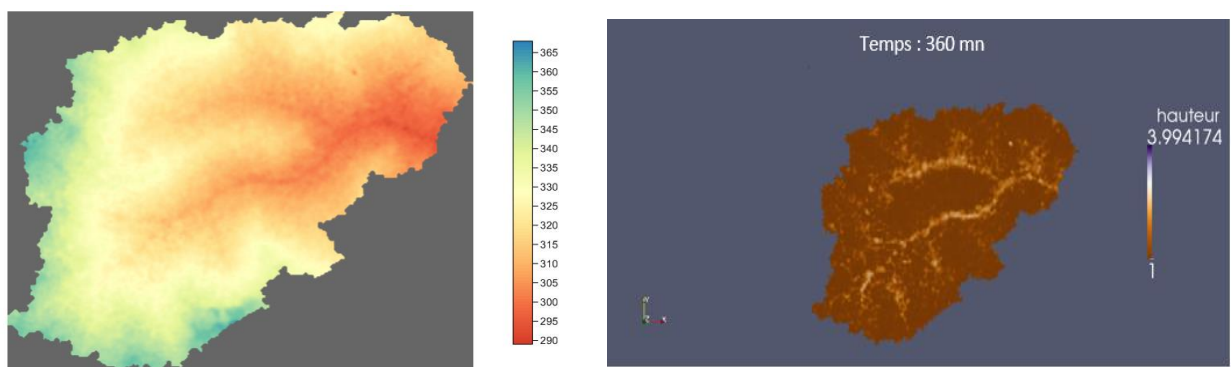


Figure 16 : Comparaison de simulation de la hauteur d'eau et de la topographie

III.1.2.2 Scénario 2 : Influence de l'intensité de pluie sur le modèle

Pour ce scénario, nous avons effectué des simulations à durée constante (360 mn, dont les 120 premières minutes correspondent à la durée de la pluie) avec trois intensités de pluie différentes: 20 mm/h, 60 mm/h et 80 mm/h. Les résultats de ces simulations sont présentés sur les figures 17 et 18. On peut observer que les zones saturées en eau augmentent avec l'intensité de la pluie. Le modèle arrive donc à mettre en exergue l'état saturé du sol.

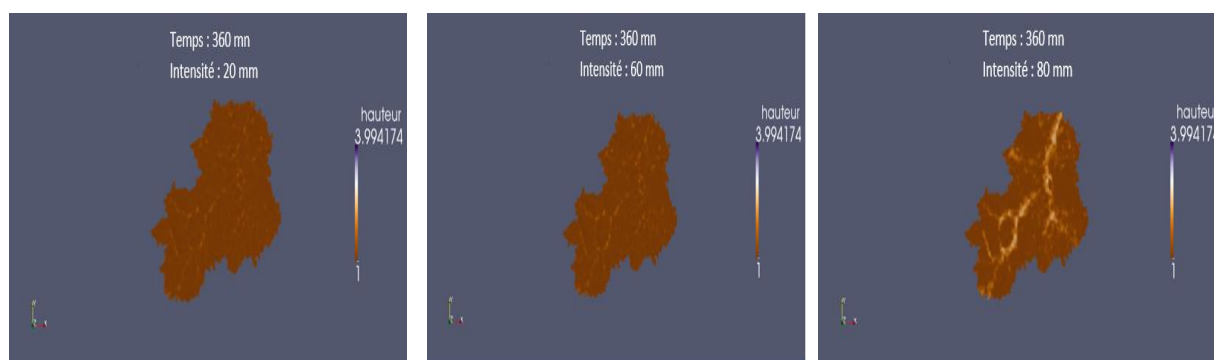


Figure 18 : Sensibilité du modèle à l'intensité de pluie sur le bassin Rimkieta 1

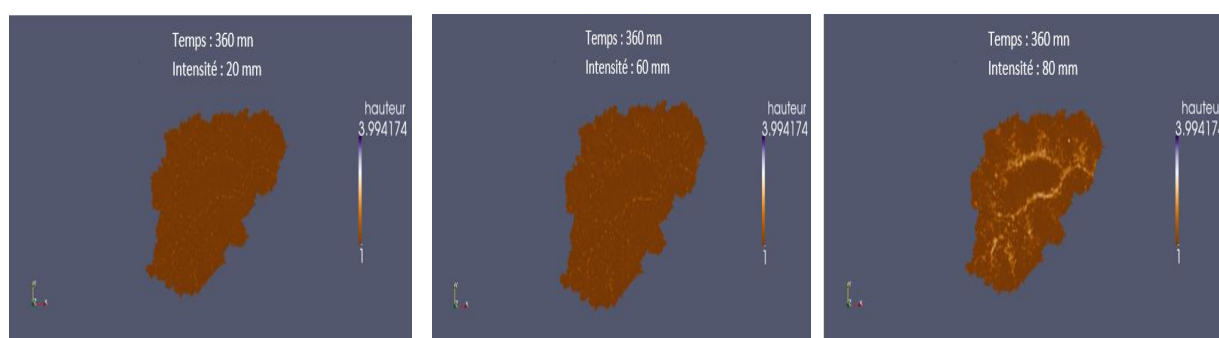


Figure 17 : Sensibilité du modèle à l'intensité de pluie sur le bassin Rimkieta 1

III.1.2.3 Scénario 3 : Simulation de la crue du 20 juillet 2016

Nous avons implémenté l'outil développé au cas réel de l'évènement pluvieux du 20 juillet 2016 (figure 19). La pluie qui a commencé à 5 heure du matin, c'est terminée à 12 heure du matin avec un pic de 40 mm à 6 heure du matin.

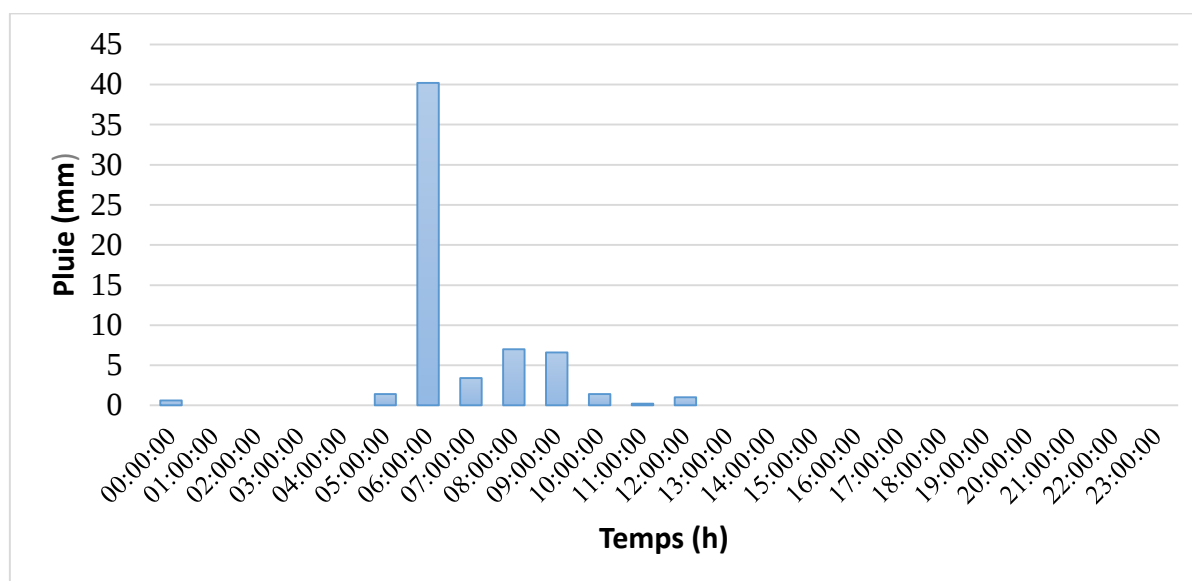


Figure 19 : Hyétogramme de l'événement pluvieux du 20 juillet 2016

Les hauteurs d'écoulements observées et simulées à l'exutoire des bassins versants sont présentées sur les figures 21 et 22. Les courbes des hauteurs simulées et celles des hauteurs observées présentent les mêmes allures. On remarque que les hauteurs d'écoulements simulées sont largement surestimées par rapport aux observations. Les critères de Nash sont de 0,35 pour Rimkieta 1 et 0,46 pour Rimkieta 2, inférieures à 0,8. Le critère de Nash des bassins versants est mauvais.

La similitude entre les allures de ces courbes, prouve bien que le modèle a la possibilité de reproduire cet événement. La différence entre l'origine de ces courbes est due au fait que la hauteur d'eau initiale aux exutoires a été considérée nulle dans le modèle. Les paramètres d'infiltration et de friction s'évaluent en fonction de l'occupation du sol, qui elle varie en fonction du temps. Les données de l'IGB qui nous a permis de faire cette simulation date de l'année 2011, ceci explique le décalage entre les courbes des hauteurs simulées et des hauteurs observées (**El Bouajaji, 2007**). Aussi, les paramètres permettant l'estimation des valeurs d'infiltration et de friction utilisés pour cette simulation ne sont pas issus de mesure expérimentale. Par ailleurs, la simulation de cet événement réel a été faite sans tenir compte de la présence du bâti qui influence l'écoulement des eaux (**Hingray, 1999**).

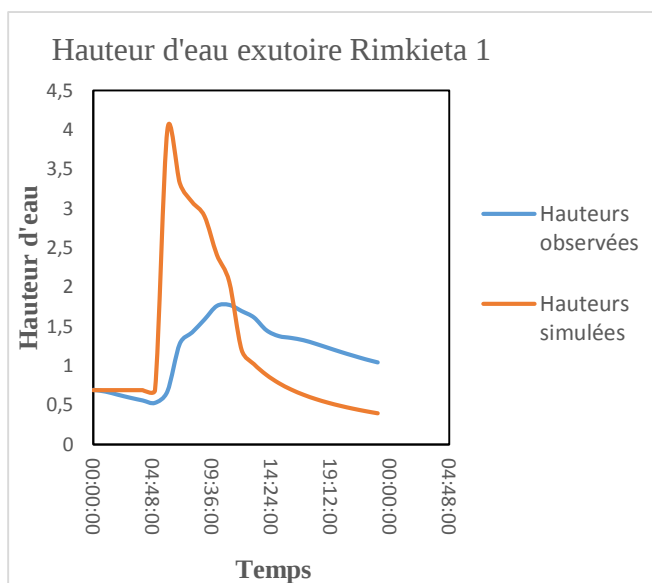


Figure 21: Hauteur simulée Rimkieta 1

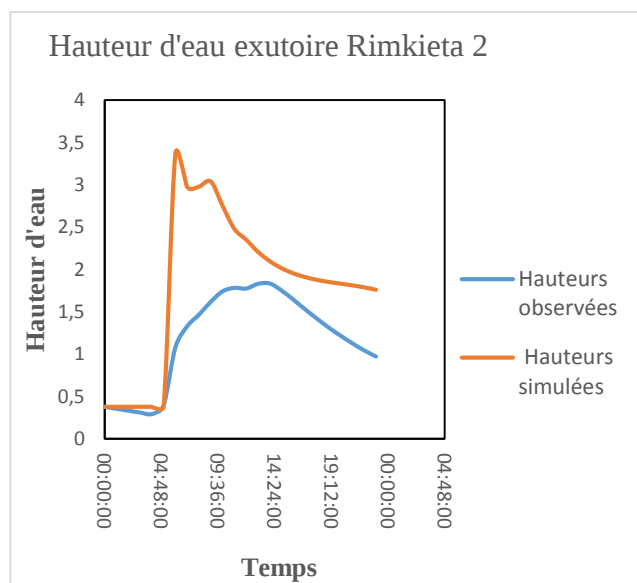


Figure 20 : Hauteur simulée Rimkieta 2

IV. CONCLUSION ET RECOMMANDATION

Cette étude vis à mettre en place un outil de simulation afin de prédire les crues sur deux bassins versants de l'espace « Grand Ouaga ». La méthode proposée à cet effet, est une approche à base physique qui consiste donc en la résolution des équations de Barré Saint-Venant destinées à la modélisation des écoulements en eau peu profonde. Au terme de cette étude, la caractérisation physique et hydrologique, ainsi que l'élaboration des modèles numériques de terrain de ces deux sous-bassins ont pu être faites. Le modèle présenté dans cette étude, a donné de bon résultat pour la simulation à partir de données synthétiques du processus hydrologique sur les bassins versants. Par contre, la simulation de cas réels visant à tester la performance de l'outil de simulation n'a pas été satisfaisante. La mauvaise appréciation des paramètres d'infiltration, de friction due au fait que la carte d'occupation du sol à notre disposition est d'une date antérieure et de plus la non prise en compte, de l'effet de la présence du bâti sur les écoulements des eaux ont conduit à un mauvais comportement de l'outil de simulation.

Pour les perspectives de recherche, nous recommandons la prise en compte du bâti dans le développement de l'outil et de faire des mesures appropriées des paramètres d'infiltration et de friction afin de pouvoir calibrer le modèle à partir d'événements réels.

Bibliographie

- Albergel, J., Pepin, Y., Nasri, N., Boufaroua, M. (2003). Erosion et transport solide dans des petits bassins versants méditerranéens. *IAHS PUBLICATION*.
- Ambroise, B. (1999). *La dynamique du cycle de l'eau dans un bassin versant : processus, facteurs, modèles*. Ed. HGA.
- Bani, S. S. (2011). *Implications des facteurs physiques dans les risques d'inondation à Ouagadougou : cartographie des zones à risques et mesures de préventions*. Ouagadougou: 2iE.
- Boukhelifa, M. (2011). *Contribution à la modélisation de la relation " pluie débit " en absence de données hydrométriques : cas d'une zone urbaine (ville de Tipasa)*. Tipasa.
- Breuil, B. (1987). *TERESA, notice d'analyse*. Paris: STU.
- Chaabelasri, E. (2011). *Contribution à la modélisation des écoulements en eaux peu profondes, avec transport de polluant. (Application la baie de Tanger)*. Oujda: Faculté des sciences Oujda.
- Chastan, B., Gilard, O., Givone, P., Oberlin, G. (1994). Le modèle inondabilité, présent et avenir. Crues et inondation. (N. congrès de la Société Hydrotechnique de France, Éd.) *23èmes Journées de l'hydraulique*.
- Diallo, M. D. (2010). *Modélisation mathématique et simulation numérique de l'hydrodynamique : cas des inondations en aval du barrage Diama*. Besançon: Université Franche-comté- Besançon.
- Dumay H., BCEOM. . (1994). 23èmes Journées de l'hydraulique. (N. Congrès de la Société Hydrotechnique de France, Éd.) *Calypseau : Outil d'identification et prévision du risque d'inondation par interprétation catographique. Crues et inondation*.
- El Bouajaji, M. (2007). *Modélisation des écoulements à surface libre: étude du ruissellement des eaux de pluie*. Strasbourg: Université de Strasbourg.
- FAO 54. (1998). Manuel pour l'estimation des crues décennales et des apports annuels pour les petits bassins versants non jaugés de l'Afrique sahélienne et tropicale sèche. *Bulletin FAO d'irrigation et de drainage*, 54, 5-6.
- Gbeassor, M., Oladokoun, W., Kpatcha, E. (2006). *Etude sur la vulnérabilité du Togo aux situations d'urgence*. Togo.

- Hangnon, H., De Longueville, F., Ozer P. (2015). Précipitations 'extrêmes' et inondations à ouagadougou : Quand le développement urbain est mal maîtrisé.... *XXVIIIe Colloque de l'Association Internationale de Climatologie*. Liège.
- Hervouet, J. M. (2003). Hydrodynamique des écoulements à surface libre, modélisation numérique avec la méthode des éléments finis. *Presses des Ponts et Chaussées*.
- Hingray, B. (1999). *Comportement et modélisation hydraulique des zones bâties en situation d'inondation : le cas des zones cloisonnées d'habitat individuel de Ouagadougou* (Vol. 2). MONTPELLIER: UNIVERSITE DE MONTPELLIER II-OSTROM.
- Horton, E. R (1933, Junes). The role of infiltration in the hydrologic cycle. *EOS*, 14, pp. 446-460.
- Horton, E. R. (1945). EROSIONAL DEVELOPMENT OF STREAMS AND THEIR. *Bulletin of the geological society of America*, 275-370.
- J Albergel, Y Pepin, S Nasri, M Boufaroua . (2003). Erosion et transport solide dans des petits bassins versants méditerranéens. *IAHS PUBLICATION*.
- Julien , B. (2009). *Modélisation de la gestion des eaux de pluie en milieu urbanisé : Méthodologie de construction d'un modèle en vue d'une application avec le logiciel PCSWMM.net*. Lausanne: Ecole polytechnique fédérale de Lausanne.
- Kemking, C. (2010). *Evaluation des stratégies de réponses contre les risques naturels liés aux changements climatiques : Cas de l'inondation de Ouagadougou en septembre 2009 au Burkina Faso*. Ouagadougou: ZIE.
- Leila, B. (2009). Monographie de la commune urbaine de Ouagadougou. *Institut National de la Statistique et de la Démographie*, 19-130.
- Lhomme, J. (2004). *Simulations de crues urbaines*. MONTPELLIER: UNIVERSITE MONTPELLIER II.
- Majid M., Fethi L. (2010). Modélisation de la relation pluie-ruissellement par durée d'épisode pluvieux dans un bassin du nord de la Tunisie. (i. 7, Éd.) *Hydrological Sciences Journal*, 55, 1111–1122.
- Normand , D. (1976). *Hydrologie urbaine et petits bassins versants urbanisés*. Grenoble: Ecole Nationale Supérieure d'Hydraulique de Grenoble.
- OCHA. (2009, Septembre). *Rapport de situation n°3, Afrique de l'ouest. Inondation 2009*.
- Oujbbour , B. (2015). *Annonce de crue et la mise en place d'un système d'alarme dans le bassin de Guelmim*. Fès: Université Sidi Mohammed Ben Abdellah.

- Pascal, F. (2010). *Modélisation macroscopique des inondations Fluviales et urbaines - Prise en compte des écoulements directionnels et des échanges lit majeur - lit mineur*. Montpellier: Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc.
- PSRDO-CER, P. S. (2010). *Rapport de l'étude a.3.1 : reactualisation des données sur la problématique de la gestion des déchets dans la commune de Ouagadougou*. Ouagadougou.
- Sivapalan, M., Blöschl, G., Zhang, L. and Vertessy, R. (2003). *Downward approach to hydrological prediction*. Hydrological Processes 17.
- Tholin A.L., Keifer C.J. (1959). The hydrology of urban runoff. *Journal of the Sanitary Engineering Division*, 47-106.
- Tsipoaka, K. (2009). *ANALYSE DES MÉCANISMES DE FINANCEMENT DE L'HABITAT À OUAGADOUGOU, DANS LE CADRE DE L'EXTENSION DU GRAND OUAGA*. Ouagadougou: 2iE.

Sites internet

www.scilab.org

<http://gdem.ersdac.jspacesystems.or.jp/>

Annexes

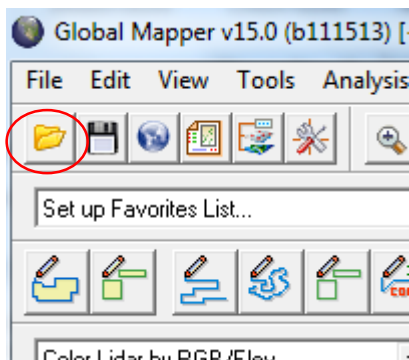
Annexe 1 : Délimitation des bassins et caractérisation

Etape 1 : Géolocalisation des exutoires sur Google Earth

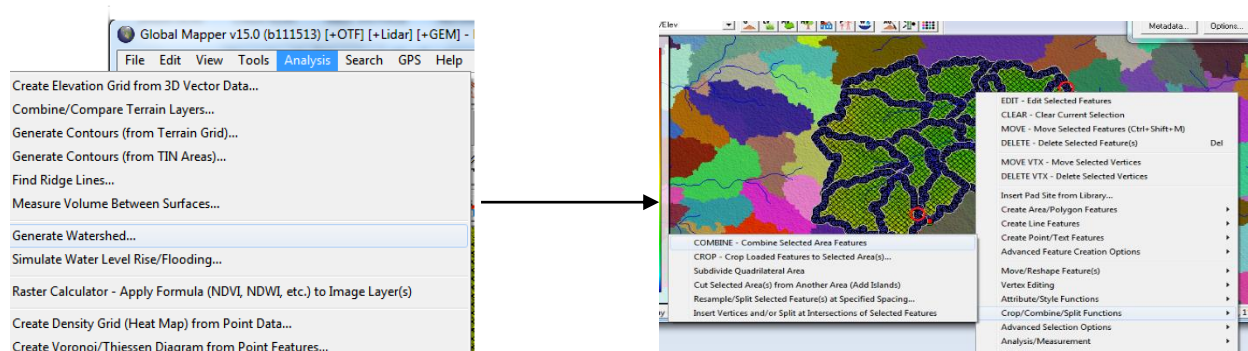
- 1) Ouvrir Google Earth ———> Ajouter un repère : entrer les coordonnées des exutoires ;
- 2) Puis enregistrer en format kmz.

Etape 2 : Télécharger le MNT sur le site : <http://gdem.ersdac.jspacesystems.or.jp/>

Etape 3 : ouvrir global ———> importer les exutoires et le MNTs a l'aide de l'onglet



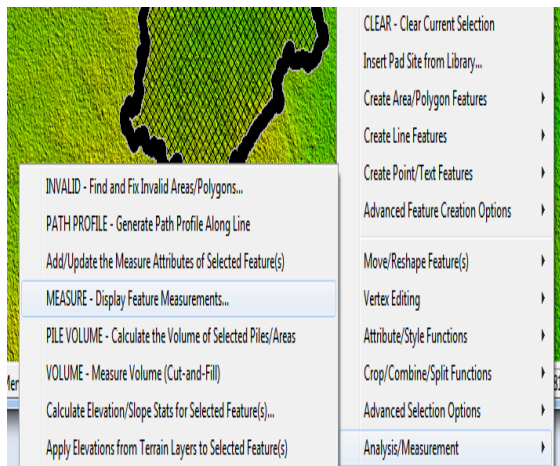
Par la suite il faudrait générer les sous bassins versants de la zone, puis sélectionner ceux qui contribuent à l'exutoire.



Puis les combiner en une seule surface en faisant un clic droit sur la sélectionner et choisir l'option Combine-combine select Areas features.

Pour les caractéristiques après délimitation des bassins versants les caractéristiques des bassins versants sont générées à partir de l'onglet

Analyse/Mesurement —————> Displays feature Measurement



Annexe 2: code Saint-Venant pour la modélisation bidimensionnelle des écoulements

```
// paramètres

g = 35280;    // 35280 m/mn^2, 9.8 m/s^2 gravité
T = 120;      // mn temps final
cfl = 0.04;   // condition de Courant-Friedrich

// Lecture de la topographie

surface= read('surface.txt',-1,7);

x = surface(2:$,1);
y = surface(2:$,2);
z = surface(2:$,3);

nx = surface(1,1);
ny = surface(1,2);

CoefManning      =surface(2:$,4);
InfiltrationInitiale =surface(2:$,5);
InfiltrationFinale  =surface(2:$,6);
ConstanteInfiltration=surface(2:$,7);

xmin = min(x);
xmax = max(x);
ymin = min(y);
ymax = max(y);
zmin = min(z);
zmax = max(z);

//// discrétisation de l'espace

xx=matrix(x, nx*ny, 1);
yy=matrix(y, nx*ny, 1);
zz=matrix(z, nx*ny, 1);

dx = (xmax-xmin)/(nx-1);
dy = (ymax-ymin)/(ny-1);

x=(0:nx-1)*dx;
y=(0:ny-1)*dy;

//// Paramètres de friction et d'infiltration
```

```
z = matrix(z,ny,nx);  
CoefManning = matrix(CoefManning,ny,nx);  
InfiltrationInitiale = matrix(InfiltrationInitiale,ny,nx);  
InfiltrationFinale = matrix(InfiltrationFinale,ny,nx);  
ConstanteInfiltration = matrix(ConstanteInfiltration,ny,nx);
```

```
z = z';  
CoefManning = CoefManning';  
InfiltrationInitiale = InfiltrationInitiale';  
InfiltrationFinale = InfiltrationFinale';  
ConstanteInfiltration = ConstanteInfiltration';
```

// discrétisation du temps

```
dt = min([dx,dy])*cfl;
```

// Taux de pluie

```
function res=Pluie(t)  
    res=zeros(nx,ny);  
    if(t<30), res=0.06*ones(nx,ny); end  
endfunction
```

```
//  
// flux de HLL  
//
```

```
function [R1, R2, R3]=Fx(q1, q2, q3)  
    R1 = q2;  
    R2 = zeros(q1);  
    R3 = zeros(q1);  
    I = find(q1<>0);  
    R2(I) = (q2(I).^2)./q1(I)+0.5*g*q1(I).^2;  
    R3(I) = (q2(I).*q3(I))./q1(I);  
endfunction
```

```
function [R1, R2, R3]=Fy(q1, q2, q3)  
    R1 = q3;  
    R2 = zeros(q1);  
    R3 = zeros(q1);  
    I = find(q1<>0);  
    R2(I) = (q2(I).*q3(I))./q1(I);  
    R3(I) = (q3(I).^2)./q1(I)+0.5*g*q1(I).^2;  
endfunction
```

//// paramètre c1 et c2 dans le flux HLL

```
function [CoefMin, CoefMax]=CoefHLL(u, h)
```

```
    CoefMin = u - sqrt(g*h);
    CoefMax = u + sqrt(g*h);
endfunction

function [CoefMin, CoefMax]=CoefHLLInterface(CoefMing, CoefMind, CoefMaxg,
CoefMaxd)
    CoefMin=CoefMing;
    I=find(CoefMind<CoefMing); CoefMin(I)=CoefMind(I);
    CoefMax=CoefMaxg;
    I=find(CoefMaxd>CoefMaxg); CoefMax(I)=CoefMaxd(I);
endfunction

// Expression flux HLL suivant l'axe x

function [Fx1, Fx2, Fx3]=FluxNumX(q1g, q2g, q3g, q1d, q2d, q3d, cmin, cmax)

    Fx1=zeros(q1g);
    Fx2=zeros(q2g);
    Fx3=zeros(q3g);

    I=find(cmin>=0);

    [F1,F2,F3]=Fx(q1g(I),q2g(I),q3g(I));

    Fx1(I)=F1;
    Fx2(I)=F2;
    Fx3(I)=F3;

    I=find(cmax<=0);

    [F1,F2,F3]=Fx(q1d(I),q2d(I),q3d(I));

    Fx1(I)=F1;
    Fx2(I)=F2;
    Fx3(I)=F3;

    clear F1 F2 F3;

    I=find(cmin.*cmax<0);

    [G1,G2,G3]=Fx(q1g(I),q2g(I),q3g(I));

    [D1,D2,D3]=Fx(q1d(I),q2d(I),q3d(I));

    Fx1(I) = cmax(I).*G1-cmin(I).*D1;
    Fx2(I) = cmax(I).*G2-cmin(I).*D2;
    Fx3(I) = cmax(I).*G3-cmin(I).*D3;

    clear G1 G2 G3;
```

```
clear D1 D2 D3;

alph = cmin(I).*cmax(I);

Fx1(I) = Fx1(I)+alph.*(q1d(I)-q1g(I));
Fx2(I) = Fx2(I)+alph.*(q2d(I)-q2g(I));
Fx3(I) = Fx3(I)+alph.*(q3d(I)-q3g(I));

alph = cmax(I)-cmin(I);

Fx1(I) = Fx1(I)./alph;
Fx2(I) = Fx2(I)./alph;
Fx3(I) = Fx3(I)./alph;

endfunction

// Expression flux HLL suivant l'axe y

function [Fy1, Fy2, Fy3]=FluxNumY(q1g, q2g, q3g, q1d, q2d, q3d, cmin, cmax)

    Fy1=zeros(q1g);
    Fy2=zeros(q2g);
    Fy3=zeros(q3g);

    I=find(cmin>=0);

    [F1,F2,F3]=Fy(q1g(I),q2g(I),q3g(I));

    Fy1(I)=F1;
    Fy2(I)=F2;
    Fy3(I)=F3;

    I=find(cmax<=0);

    [F1,F2,F3]=Fy(q1d(I),q2d(I),q3d(I));

    Fy1(I)=F1;
    Fy2(I)=F2;
    Fy3(I)=F3;

    clear F1 F2 F3;

    I=find(cmin.*cmax<0);

    [G1,G2,G3]=Fy(q1g(I),q2g(I),q3g(I));

    [D1,D2,D3]=Fy(q1d(I),q2d(I),q3d(I));

    Fy1(I) = cmax(I).*G1-cmin(I).*D1;
```

```
Fy2(I) = cmax(I).*G2-cmin(I).*D2;
Fy3(I) = cmax(I).*G3-cmin(I).*D3;

clear G1 G2 G3;
clear D1 D2 D3;

alph = cmin(I).*cmax(I);

Fy1(I) = Fy1(I)+alph.*(q1d(I)-q1g(I));
Fy2(I) = Fy2(I)+alph.*(q2d(I)-q2g(I));
Fy3(I) = Fy3(I)+alph.*(q3d(I)-q3g(I));

alph = cmax(I)-cmin(I);

Fy1(I) = Fy1(I)./alph;
Fy2(I) = Fy2(I)./alph;
Fy3(I) = Fy3(I)./alph;

endfunction

// fonction reconstruction

function [q1g, q1d, q2g, q2d, q3g, q3d]=Reconstruction(zg, zd, hg, hd, ug, ud, vg, vd)
    I=find(zg<zd);
    zi=zg;
    zi(I)=zd(I);
    q1g=hg+zg-zi;
    q1d=hd+zd-zi;
    I=find(q1g<0); q1g(I)=0;
    I=find(q1d<0); q1d(I)=0;
    q2g=q1g.*ug;
    q2d=q1d.*ud;
    q3g=q1g.*vg;
    q3d=q1d.*vd;
endfunction

//// Mise en place de noeuds fantômes

// Augmentation du domaine d'étude

function [ha]=Augmentation(h)

    ha=zeros(nx+4,ny+4);

    ha(3:nx+2,1) = h(1:nx,1);
    ha(3:nx+2,2) = h(1:nx,1);
    ha(3:nx+2,ny+3) = h(1:nx,ny);
    ha(3:nx+2,ny+4) = h(1:nx,ny);
```

```
ha(1 ,3:ny+2) = h(1 ,1:ny);
ha(2 ,3:ny+2) = h(1 ,1:ny);
ha(nx+3,3:ny+2) = h(nx,1:ny);
ha(nx+4,3:ny+2) = h(nx,1:ny);

ha(1:2 ,1:2) = h(1,1 );
ha(1:2 ,ny+3:ny+4) = h(1,ny);
ha(nx+3:nx+4,1:2) = h(nx,1);
ha(nx+3:nx+4,ny+3:ny+4) = h(nx,ny);

ha(3:nx+2,3:ny+2) = h;
```

endfunction

// Recupération des solutions

function [h, u, v]=Extraire(q1, q2, q3)

```
ha=zeros(nx+2,ny+2);
ua=zeros(nx+2,ny+2);
va=zeros(nx+2,ny+2);
```

```
I=find(q1<>0);
ha(I)=q1(I);
ua(I)=q2(I)./q1(I);
va(I)=q3(I)./q1(I);
```

```
h=ha(2:nx+1,2:ny+1);
u=ua(2:nx+1,2:ny+1);
v=va(2:nx+1,2:ny+1);
```

endfunction

function [hg, hc, hd]=Solx(h)

```
hc=h(2:nx+3,2:ny+3);
hg=h(1:nx+2,2:ny+3);
hd=h(3:nx+4,2:ny+3);
```

endfunction

function [hdo, hc, hup]=Soly(h)

```
hc =h(2:nx+3,2:ny+3);
hdo=h(2:nx+3,1:ny+2);
hup=h(2:nx+3,3:ny+4);
```

endfunction

```
function [qs]=friction(q1, q)
    I=find(q<>0);
    qs=zeros(q);
    Manning=Augmentation(CoefManning);
    qs(I)=q(I)./(1+dt*g*Manning(I).*q1(I)./abs(q(I)));
endfunction

// Conditions initiales

ntimes = 0;

h=zeros(nx,ny);
u=zeros(nx,ny);
v=zeros(nx,ny);

write('solutions/z-'+string(ntimes)+'.txt',z);
write('solutions/h-'+string(ntimes)+'.txt',h);
write('solutions/u-'+string(ntimes)+'.txt',u);
write('solutions/v-'+string(ntimes)+'.txt',v);

// calcul des solutions

time = 0;
list_t=time;
hmin=0;
hmax=0;

while(time<=T)

    ntimes=ntimes+1;

    time = time + dt

    list_t=[list_t time];

    // pluie en demi-temps

    EauDisponible=Pluie(time)+2*h/dt;
    CapaciteInfiltration=InfiltrationFinale+(InfiltrationInitiale-InfiltrationFinale).*exp(-
    ConstanteInfiltration*time);

    InfiltrationTotale =find(EauDisponible<=CapaciteInfiltration);
    InfiltrationPartielle=find(EauDisponible> CapaciteInfiltration);
    h(InfiltrationTotale)=0;
```

```

h=h+(dt/2)*Pluie(time);
h=h-(dt/2)*InfiltrationFinale;
h=h+(InfiltrationInitiale-InfiltrationFinale).*(exp(-ConstanteInfiltration*time).*(exp(-
ConstanteInfiltration*dt/2)-1)./ConstanteInfiltration;

h(InfiltrationTotale)=0;

// augmentation (noeuds fantômes)

[ha]=Augmentation(h);
[ua]=Augmentation(u);
[va]=Augmentation(v);
[za]=Augmentation(z);

// résolution suivant Ox

[zg,zc,zd]=Solx(za);
[hg,hc,hd]=Solx(ha);
[ug,uc,ud]=Solx(ua);
[vg,vc,vd]=Solx(va);

// à gauche

[q1g,q1c,q2g,q2c,q3g,q3c]=Reconstruction(zg,zc,hg,hc,ug,uc,vg,vc);
[CoefMing,CoefMaxg]=CoefHLL(ug,q1g);
[CoefMinc,CoefMaxc]=CoefHLL(uc,q1c);
[CoefMinG,CoefMaxG]=CoefHLLInterface(CoefMing,CoefMinc,CoefMaxg,CoefMaxc);
[Fx1g,Fx2g,Fx3g]=FluxNumX(q1g,q2g,q3g,q1c,q2c,q3c,CoefMinG,CoefMaxG);
Fx2g=Fx2g-0.5*g*q1c.^2;

// à droite

[q1c,q1d,q2c,q2d,q3c,q3d]=Reconstruction(zc,zd,hc,hd,uc,ud,vc,vd);
[CoefMinc,CoefMaxc]=CoefHLL(uc,q1c);
[CoefMind,CoefMaxd]=CoefHLL(ud,q1d);
[CoefMinD,CoefMaxD]=CoefHLLInterface(CoefMinc,CoefMind,CoefMaxc,CoefMaxd);
[Fx1d,Fx2d,Fx3d]=FluxNumX(q1c,q2c,q3c,q1d,q2d,q3d,CoefMinD,CoefMaxD);
Fx2d=Fx2d-0.5*g*q1c.^2;

q1 = hc - (dt/dx)*(Fx1d-Fx1g);
q2 = hc.*uc - (dt/dx)*(Fx2d-Fx2g);
q3 = hc.*vc - (dt/dx)*(Fx3d-Fx3g);

// friction

q2=friction(q1,q2);

// solution aux noeuds internes

```

```
[h,u,v]=Extraire(q1,q2,q3)

// résolution suivant Oy

// augmentation (noeuds fantômes)

[ha]=Augmentation(h);
[ua]=Augmentation(u);
[va]=Augmentation(v);
[za]=Augmentation(z);

// résolution suivant Oy

[zdo,zc,zup]=Soly(za);
[hdo,hc,hup]=Soly(ha);
[udo,uc,uup]=Soly(ua);
[vdo,vc,vup]=Soly(va);

// en bas

[q1do,q1c,q2do,q2c,q3do,q3c]=Reconstruction(zdo,zc,hdo,hc,udo,uc,vdo,vc);
[CoefMindo,CoefMaxdo]=CoefHLL(vdo,q1do);
[CoefMinc ,CoefMaxc ]=CoefHLL(vc ,q1c );

[CoefMinDown,CoefMaxDown]=CoefHLLInterface(CoefMindo,CoefMinc,CoefMaxdo,Coef
Maxc);

[Fy1do,Fy2do,Fy3do]=FluxNumY(q1do,q2do,q3do,q1c,q2c,q3c,CoefMinDown,CoefMaxDo
wn);
Fy3do=Fy3do-0.5*g*q1c.^2;

// en haut

[q1c,q1up,q2c,q2up,q3c,q3up]=Reconstruction(zc,zup,hc,hup,uc,uup,vc,vup);
[CoefMinup,CoefMaxup]=CoefHLL(vup,q1up);
[CoefMinc ,CoefMaxc ]=CoefHLL(vc ,q1c );

[CoefMinUp,CoefMaxUp]=CoefHLLInterface(CoefMinc,CoefMinup,CoefMaxc,CoefMaxup
);

[Fy1up,Fy2up,Fy3up]=FluxNumY(q1c,q2c,q3c,q1up,q2up,q3up,CoefMinUp,CoefMaxUp);
Fy3up=Fy3up-0.5*g*q1c.^2;

q1 = hc - (dt/dy)*(Fy1up-Fy1do);
q2 = hc.*uc - (dt/dy)*(Fy2up-Fy2do);
q3 = hc.*vc - (dt/dy)*(Fy3up-Fy3do);

// friction
```

```
q3=friction(q1,q3);

// solution aux noeuds internes

[h,u,v]=Extraire(q1,q2,q3)

// pluie en demi-temps

EauDisponible=Pluie(time)+2*h/dt;
CapaciteInfiltration=InfiltrationFinale+(InfiltrationInitiale-InfiltrationFinale).*exp(-
ConstanteInfiltration*time);

InfiltrationTotale =find(EauDisponible<=CapaciteInfiltration);
InfiltrationPartielle=find(EauDisponible> CapaciteInfiltration);

h(InfiltrationTotale)=0;

h=h+(dt/2)*Pluie(time);
h=h-(dt/2)*InfiltrationFinale;
h=h+(InfiltrationInitiale-InfiltrationFinale).*exp(-ConstanteInfiltration*time).*(exp(-
ConstanteInfiltration*dt/2)-1)./ConstanteInfiltration;

// mise à jour du pas de temps

hmin=min([min(h) hmin]);
hmax=max([max(h) hmax]);

umax=max(abs(u)+sqrt(g*h));
vmax=max(abs(v)+sqrt(g*h));

dt=cfl*min([dx,dy]); if(umax>0 & vmax>0), dt=min([dx/umax,dy/vmax,dt]); end

// sauvegarde des résultats

write('solutions/z-'+string(ntimes)+'.txt',z);
write('solutions/h-'+string(ntimes)+'.txt',h);
write('solutions/u-'+string(ntimes)+'.txt',u);
write('solutions/v-'+string(ntimes)+'.txt',v);

end

// Animation

// hauteur
```

```
alpha=25.0;
theta=89;
alpha=0;
theta=0;

for time=1:ntimes
    drawlater();
    clf();
    h=read('solutions/h-'+string(time)+'.txt',nx,ny);
    h=-h;
    grayplot(x,y,h,rect=[xmin-1000,ymin-1000,xmax+1000,ymax+1000]);
//    Sgrayplot(x,y,h,rect=[xmin-1000,ymin-1000,xmax+1000,ymax+1000])
    colorbar(-hmax,0);
    R=[0:255]/256; G=R ; B=R ;
    RGB=[R;G;B]';
    xset("colormap",RGB);
//
//    color_map=oceancolormap(32);
//    xset("colormap",color_map);

    xtitle (sprintf('%s %f'," Hauteur au temps ",list_t(time)),'','');

    drawnow();

    f=gcf();
    xs2png(f.figure_id,'images/sol-'+string(time)+'.png')
//    //chaîne de caractère donnant le nom du fichier gif
//    fichier='images/hauteur-'+string(time)+'.png';
//    xs2png(f.figure_id,fichier)//exportation de la figure
end

///// vitesse

for time=1:ntimes
    drawlater();

    u=read('solutions/u-'+string(time)+'.txt',nx,ny);
    v=read('solutions/v-'+string(time)+'.txt',nx,ny);

    u=coef*u;
    v=coef*v;

//    I=find(sqrt(u.^2+v.^2)<0.02);
//    u(I)=0;
//    v(I)=0;

    clf();
```

```
champ(x,y,u,v);
xtitle (sprintf('%s %f'," Vitesse au temps ",list_t(time)),'',' ');
c.thickness=0;
drawnow();

// chaîne de caractère donnant le nom du fichier gif
//          handle figure courante
f=gcf()
// fichier='images/vitesse-'+string(time)+'.png';
// xs2png(f.figure_id,fichier)//exportation de la figure
// xs2png(f.figure_id,'images/sol-'+string(iter)+'.png')
xs2png(f.figure_id,'images/vitesse-'+string(time)+'.png')
end
```

