



ZiE
Fondation ZiE

Institut International d'Ingénierie de l'Eau et de l'Environnement
International Institute for Water and Environmental Engineering

DEVELOPPEMENT D'UN PROGRAMME DE CALCUL DES INFILTRATIONS AU TRAVERS ET SOUS LA DIGUE D'UN BARRAGE

**MEMOIRE POUR L'OBTENTION DU MASTER EN INGENIERIE DE
L'EAU ET DE L'ENVIRONNEMENT**

Option : eaux agricoles

.....
Présenté et soutenu publiquement le 24 juin 2011 par

Ibrahim AHOUANSOU

Travaux dirigés par :

KEITA Amadou (Enseignant, Chercheur ZiE)

UTER —GVEA

Promotion [2010/2011]

DEDICACES

Je dédie ce mémoire :

- ✚ A mes parents qui ont guidé mes premiers pas dans la recherche du savoir et de la réussite, et qui m'ont toujours soutenu.
- ✚ A ma sœur AHOUANSOU Sikiradou BADA qui ma toujours pour son soutien indéfectible.
- ✚ A mes camarades du 2iE qui ont représenté ma famille durant mes cinq années de formation.
- ✚ A tout le corps professoral du 2iE pour avoir assuré ma formation.

REMERCIEMENTS

Mes remerciements vont à l'endroit de tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réussite de ce travail .Ce témoignage s'adresse particulièrement à :

- ✚ Monsieur AMADOU Keita, professeur au 2iE, pour son encadrement, sa disponibilité et ses conseils ;
- ✚ Madame Hadiza MOUSSA SALEY, professeur au 2iE pour sa précieuse aide et ses conseils.

RESUME

Il est envisagé dans cette étude de mettre au point un programme de calcul des infiltrations aux travers et sous la digue d'un barrage en terre. Le problème des infiltrations à travers un barrage en terre est étudié sur l'hypothèse que le flux est régi par la loi de Darcy. L'étude est faite en milieux anisotrope à cause de la structure stratifiée du sol. Un changement de variable est fait en passant du milieu anisotrope naturel au milieu isotrope fictif aboutissant à l'équation de LAPLACE. Les conditions aux limites sont simples à l'exception de celle de la surface libre. La difficulté majeure dans le calcul des infiltrations est que la position exacte de la ligne de la surface libre est inconnue. Le problème est résolu en adoptant la méthode des différences finies par sur-relaxation pour le calcul de la machine. Cette méthode a été abordée par modélisation sous Visual basic par l'écriture des différents codes entrant dans la conception du programme.

Ce programme offre d'une part un module permettant de déterminer la courbe de la surface libre (ligne de courant) dans le corps de la digue. D'autre part un module permettant de calculer le nombre de lignes de courant et d'équipotentiels au travers et sous la digue. Puis un dernier pour calculer à partir des données précédentes les fuites d'eau par infiltration au travers la digue et sous le barrage.

Mots Clés :

1- Infiltrations

2 – Barrage en terre

3 – Anisotrope

4 – Surface libre

5 – Différences finies

ABSTRACT

It is considered in this study to conceive a program of seepage through and under the earth dam. The problem of seepage flow through a homogeneous earth dam is investigated on the assumption that the flow is governed by Darcy's law. The study is performed in anisotropic environment because of the assumed structure of the soil. A change of variable is done by passing the anisotropic environment to fictitious isotropic environment which leads to the Laplace equation. In this case the equation governing the domain is the equation of Laplace and the boundary conditions are simple with the exception of the one on the free surface. One major difficulty in analyzing the seepage problem is that the exact position of the line of the free surface is unknown. The problem is solved by adapting the method of finite differences. The technique of over-relaxation is used for machine computation. This method has been approached by modeling with Visual basic by writing the different codes used in the program design.

This program offers a module permitting to determine the curve of the free surface through the body of the dam. On the other hand a module permitting to calculate the number of flow channels and number of equipotential drops through and under the dam has been also developed. Then the last is used to calculate from the previous data flights of water by infiltration through the body of the dam and under the dam.

Key Word :

- 1- Seepage flow**
- 2- Earth dam**
- 3- Anisotropic**
- 4- Free surface**
- 5- Finite difference**

SOMMAIRE

I.	INTRODUCTION	4
II.	ZONE D'ETUDE.....	7
II.1.	Géographie et climat	7
II.2.	Bassin versant	7
II.3.	Piézométrie	8
II.4.	Hydrologie.....	8
III.	MATERIEL ET METHODES.....	9
III.1.	Détermination de la courbe de la surface libre (ligne de courant) dans le corps de la digue.....	9
III.1.1.	Domaine de discrétisation.....	11
III.1.2.	Conditions aux limites.....	11
III.1.3.	Equation de discrétisation	15
III.2.	Détermination des lignes de courants et équipotentiels au travers la digue	18
III.2.1.	Lignes de courants et équipotentiels dans la digue	18
III.2.2.	Lignes de courant et équipotentiels en dessous de la digue	20
III.3.	Infiltration au travers le corps de la digue et sous le barrage.....	21
IV.	RESULTATS	22
IV.1.	Surface libre.....	22
IV.1.1.	Algorithme de la détermination de la ligne de la surface libre	22
IV.1.2.	Description de l'algorithme	23
IV.1.3.	Code Visual Basic de la détermination de la surface libre	24
IV.2.	Lignes de courants.....	28
IV.2.1.	Algorithme du calcul des lignes de courants.....	28
IV.2.2.	Description de l'algorithme	29
IV.2.3.	Code visual basic du calcul des lignes de courants.....	31
IV.3.	Equipotentiels	32
IV.3.1.	Algorithme du calcul des équipotentielle	32

IV.3.2.	Description de l'algorithme	32
IV.3.3.	Code Visual Basic du calcul des équipotentiels	33
IV.4.	Fuites d'eaux par infiltration	34
IV.4.1.	Algorithme du calcul de débit de fuite	34
IV.4.2.	Description de l'algorithme	34
IV.4.3.	Code Visual basic du calcul de débit de fuite.....	35
V.	DISCUSSION ET ANALYSE	37
VI.	CONCLUSION.....	39
VII.	RECOMMANDATIONS ET PERSPECTIVES	40

LISTE DES FIGURES

Figure 1 : Digue avec tapis filtrant (filtre horizontal).....	5
Figure 2: Ecoulement au travers et sous la digue d'un barrage	6
Figure 3: Carte représentant les différents bassins versant du Burkina-Faso	7
Figure 4 : La parabole de Kozeny	9
Figure 5 : domaine de discrétisation (de la réalité a la modélisation)	11
Figure 6 : Schéma écoulement en milieux stratifié.....	12
Figure 7 : formule à 5 points ou schéma en croix pour les nœuds éloignés de la ligne de la surface libre	16
Figure 8 : schéma en croix du nœud proche de la surface libre.....	17
Figure 9: représentation des lignes de courant et équipotentiels dans la digue	18
Figure 10 : Boite de dialogue affichant la première valeur à entrer par l'utilisateur pour le calcul des lignes de courants.....	29
Figure 11 : Boite de dialogue affichant le nombre de lignes de courants au travers la digue	30
Figure 12 : Boite de dialogue affichant la première valeur à entrer par l'utilisateur pour le calcul des lignes de courants.....	30
Figure 13 : Boite de dialogue affichant le nombre de lignes de courants en dessous de la digue	30
Figure 14 : Boite de dialogue affichant le nombre d'équipotentiels au travers la digue	32
Figure : 15 Boite de dialogue affichant la première valeur à entrer par l'utilisateur pour le calcul des équipotentiels.....	33
Figure 16 : Boite de dialogue affichant la première valeur à entrer par l'utilisateur pour le calcul du débit de fuite	34
Figure 17 : Boite de dialogue affichant le débit d'infiltration au travers et en dessous de la digue..	35

I. INTRODUCTION

Le développement de l'Afrique subsaharienne suppose la maîtrise des ressources en eaux, parmi lesquelles les eaux de surface. Ces dernières ont une importance vitale pour toute entreprise agricole ou pastorale. L'une des solutions à ce délicat problème d'approvisionnement est la construction de petits barrages dont les retenues sont facilement utilisables (Durand, 1996) La vulnérabilité de cet ouvrage devient importante quand le taux d'infiltration devient élevé. Ce même taux d'infiltration qui, ne peut être complètement évité est soupçonné d'être la cause de l'engorgement de la nappe phréatique située en dessous des périmètres irrigués des bas-fonds de la zone soudanienne de l'Afrique. C'est dans ce contexte qu'a été initiée cette étude qui concerne le développement d'un programme de calcul des infiltrations au travers et sous la digue d'un barrage.

L'étude des infiltrations consiste essentiellement en la détermination de la ligne de la surface libre, des équipotentielles et des lignes de courant qui permettent ensuite de calculer le débit de fuite.

La détermination de ces trois paramètres se fait de diverses manières plus ou moins compliquées selon le besoin. On peut soit faire des résolutions analytiques complètes, soit des simulations numériques, ou soit utiliser des méthodes simplifiées.

L'analyse numérique est un outil majeur, qui est adopté dans la pratique pour analyser le problème des infiltrations avec précision. Différentes approches numériques ont été adoptées pour prédire le comportement d'infiltration correcte. Une approche classique et populaire est la méthode de Kozeny qui utilise des approximations et des propriétés graphiques du réseau d'écoulement (Yann Peltier, 2006). Une autre approche classique est la méthode des éléments finis, qui a été largement utilisée pour analyser le problème d'infiltration en raison de sa supériorité dans le traitement de nombreuses géométries irrégulières. Les travaux de Zienkiewick, (1996) DA, (1980), Huyakoum(1986) peuvent être considérés comme quelques échantillons parmi beaucoup d'autres œuvres dans le contexte des éléments finis. En plus de ces deux approches classiques, l'approche par les volumes finis a été utilisée pour analyser le problème d'infiltration en raison de sa grande capacité à conserver les quantités conservables dans le domaine de la solution. Les travaux de Darbandi (2007) décrivent mieux cette méthode. L'étude des infiltrations peut se faire aussi par la méthode de réseau de neurones artificiels. Les travaux d'Ersayin (2006) décrivent mieux cette méthode.

Un véritable modèle pour simuler l'écoulement de l'eau dans le sol naturel peut être conçu très difficilement, car les dépôts naturels du sol sont généralement en structures stratifiées. C'est

Développement d'un programme de calcul des infiltrations au travers et sous la digue d'un barrage
une hypothèse qui s'accorde bien avec l'étude des remblais compactés, puisqu'il arrive que cette anisotropie apparaisse à la suite du compactage par couches horizontales successives.

Pour des raisons de simplification, l'étude se fera en milieu isotrope fictif par un changement de variable. Dans ce travail, l'approche des différences finies sera utilisée en se basant sur l'article de (Finnemore & perry, 1968) pour simuler le problème d'infiltration dans une digue avec tapis filtrant (filtre horizontal).

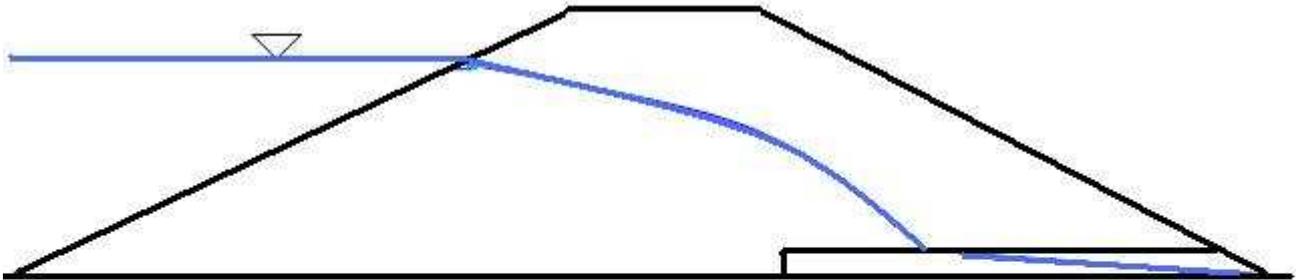


Figure 1 : Digue avec tapis filtrant (filtre horizontal)

La procédure se fera par calcul des différentes pressions de proche en proche jusqu'à atteindre celle proche de la ligne de la surface libre.

L'objectif de notre étude peut être décomposé en trois parties

- la détermination de la ligne de la surface libre
- le calcul des lignes de courants et équipotentielles
- le calcul des fuites d'eaux par infiltration au travers la digue et sous le barrage.

Le premier volet sera structuré comme suit :

Dans une première approche, la synthèse des différentes méthodes sera faite de façon claire et précise. Le model décrivant le phénomène physique, la discrétisation du système d'équation linéaire seront établis. L'application de la technique de la relaxation sera accostée pour accélérer la convergence du calcul par la machine.

Les deux derniers volets s'intéresseront à la détermination des lignes de courants et équipotentielles puis au calcul du débit entre les lignes de courant. Cela permettra de déterminer les fuites d'eaux par infiltration. Cependant, une analyse des résultats sera faite de façon à faciliter la discussion. L'étude s'achèvera ensuite par des recommandations suivie d'une conclusion.

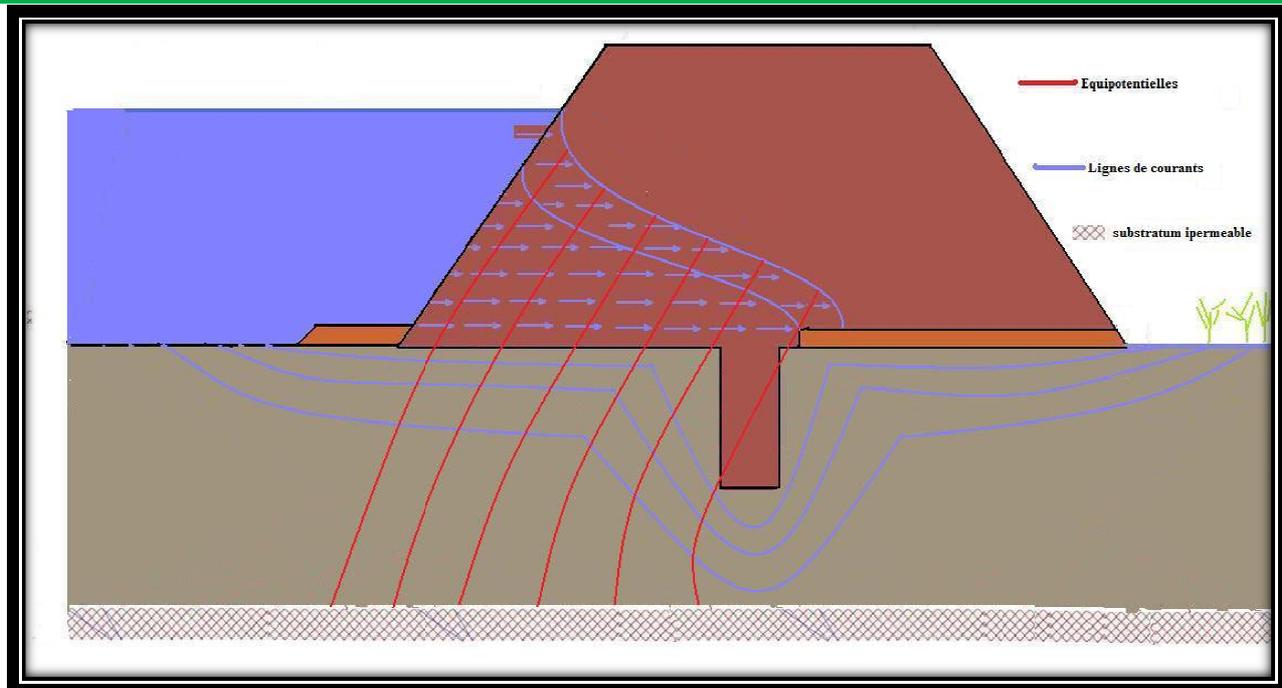


Figure 2: Ecoulement au travers et sous la digue d'un barrage

II. ZONE D'ETUDE

II.1. Géographie et climat

Située à 25Km de Banfora, la commune rurale de Tiéfora couvre une superficie totale de 1073km²,

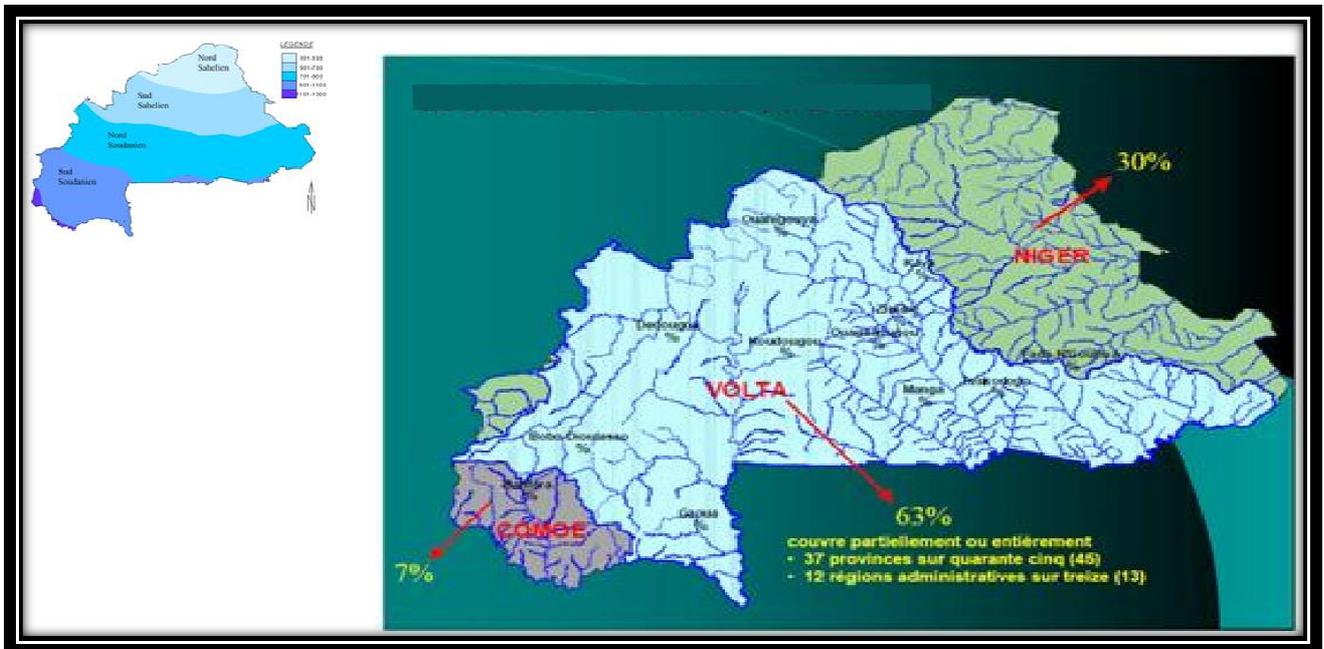


Figure 3: Carte représentant les différents bassins versant du Burkina-Faso

(Source : direction de a météorologie)

Soit 6,77% de la superficie totale de la province (www.guideburkinafaso.com). Elle a une densité moyenne de 39,6 habitants par Km² contre 20,8 habitants par Km² pour la province. Le site retenu pour l'étude est situé au sud du village de Tiéfora chef-lieu de commune a une Latitude : 10,626696 ° ; et une Longitude : -4,555399 ° (Google Earth).

Du point de vue climatique, Tiéfora a un module pluviométrique supérieur à 1100 mm et une saison des pluies allant de juin à octobre.

II.2. Bassin versant

La majeure partie de la province de la Comoé est située dans le bassin du fleuve Comoé qui couvre près de 16 810 km² (Figure 4). A ce dernier, s'ajoute le bassin de la Léraba qui présente une importance moindre. Ainsi, nous avons deux fleuves importants (la Comoé et la Léraba) qui coulent de manière permanente toute l'année. La Comoé est un cours d'eau très important et permanent sur lequel plusieurs barrages ont été édifiés. Elle forme avec la Léraba une frontière naturelle entre la province de la Comoé et la République de Côte d'Ivoire. Le

Développement d'un programme de calcul des infiltrations au travers et sous la digue d'un barrage Nord Est de la province est drainé par les affluents de la Bougouriba. Sur ces cours d'eau, plus d'une vingtaine d'ouvrages hydrauliques ont été édifiés, ouvrages dont les capacités varient entre 0,5 et 50 000 millions de m³. Ces ouvrages ont permis le développement de la culture irriguée dans certaines localités telles que Karfiguela, Tiéfora.

Source : Monographie de la région des Cascades

II.3. Piézométrie

Le niveau piézométrique représente l'altitude absolue de la surface de la nappe. L'évolution actuelle de la piézométrie sur le site de Tiéfora montre une variation de la hauteur piézométrique allant de 272 à 276 cm sur le périmètre. La position actuelle de la nappe phréatique est à 230 cm pour les piézomètres installés à l'aval immédiat du barrage.

Source : Monographie de la région des Cascades

II.4. Hydrologie

Les bas-fonds de la zone disposent de plusieurs sources d'alimentation en eau : la pluie, la nappe phréatique, l'inondation qui provient du ruissellement ou du débordement du cours d'eau à l'aval. La circulation de l'eau des nappes se fait de l'amont vers l'aval et des versants vers le centre du bas-fond, dans le sens de la pente de la couche imperméable. L'épaisseur de la nappe augmente en saison des pluies avec les apports des eaux infiltrées et crée une inondation lorsqu'elle dépasse le niveau du sol du bas-fond. Les bas-fonds de la région sont pour la plupart soumis à une submersion permanente en saison des pluies. Celle-ci engendre entre autre le désordre nutritionnel dans le cas de notre étude. La crue est un événement beaucoup plus ponctuel que la submersion engendrée par la remontée de la nappe. Un premier type de crue de la zone est lié à l'importance du ruissellement en provenance du bassin versant lorsque le volume des pluies dépasse les capacités d'infiltration des sols. Son importance et sa durée dépendent du volume de pluie et de son intensité. Un deuxième type de crue de la zone provient de l'infiltration de grandes quantités d'eau de pluies dans la nappe, qui remonte alors brutalement.

En termes de débit de pointe, le débit maximal de la crue est d'autant plus fort que le bassin versant est grand et que les eaux arrivent de façon concentrées. Sur le bas-fond, au niveau des rétrécissements, le niveau de l'eau monte et sa vitesse augmente.

Source : Monographie de la région des Cascades

$$y^2 + y_o^2 - 2xy_o = 0$$

En se rapportant à la figure 4 $y_o = \sqrt{(h^2 - d^2)} - d$

d : étant la largeur de base du barrage diminuée de $0,7b$; b la projection horizontale de la partie mouillée du parement amont. La parabole coupe le plan d'eau amont en A situé à une distance horizontale de ce parement $BA = 0,3b$

Pour obtenir la ligne de saturation à partir de la parabole de Kozeny, on raccorde celle-ci au point B du plan d'eau amont par une courbe normale au parement amont en B et tangente à la parabole. En aval on fait aboutir la ligne de saturation en un point D sensiblement situé au $2/3$ de OC (Durand, 1996).

- **La méthode des éléments finis**

Pour les sols hétérogènes ou anisotropes. Cette méthode consiste à discrétiser l'équation de Laplace afin de se ramener à des équations linéaires où les inconnues sont les potentiels aux nœuds d'un maillage en triangles qui correspond au découpage arbitraire du modèle en surfaces élémentaires. La résolution du problème consistera alors à rechercher un ensemble de valeurs du potentiel obéissant en tout point à la loi de Laplace et respectant les conditions aux limites (potentiel obligé de certains points : parement amont, existence d'une surface de suintement : parement aval, etc.) (Cres, 2010)

- **La méthode des volumes finis**

La méthode des volumes finis, est idéalement adaptée pour résoudre les équations régissant dans les milieux poreux à cause de son maillage mobile.

- **La méthode des différences finies**

Pour la détermination de la courbe de la surface libre, le domaine de solution est celui de la *figure 5*. Le milieu concernant notre domaine est un milieu isotrope fictif. Étant donné que les équations différentielles sont non linéaires, la résolution analytique est difficile. La méthode de résolution numérique plus précisément la méthode des différences finies sera utilisée (Kouame. F, 2010).

III.1.1. Domaine de discrétisation

Pour l'étude, la considération d'un maillage fixe de 17*25 (figure 5) est faite.

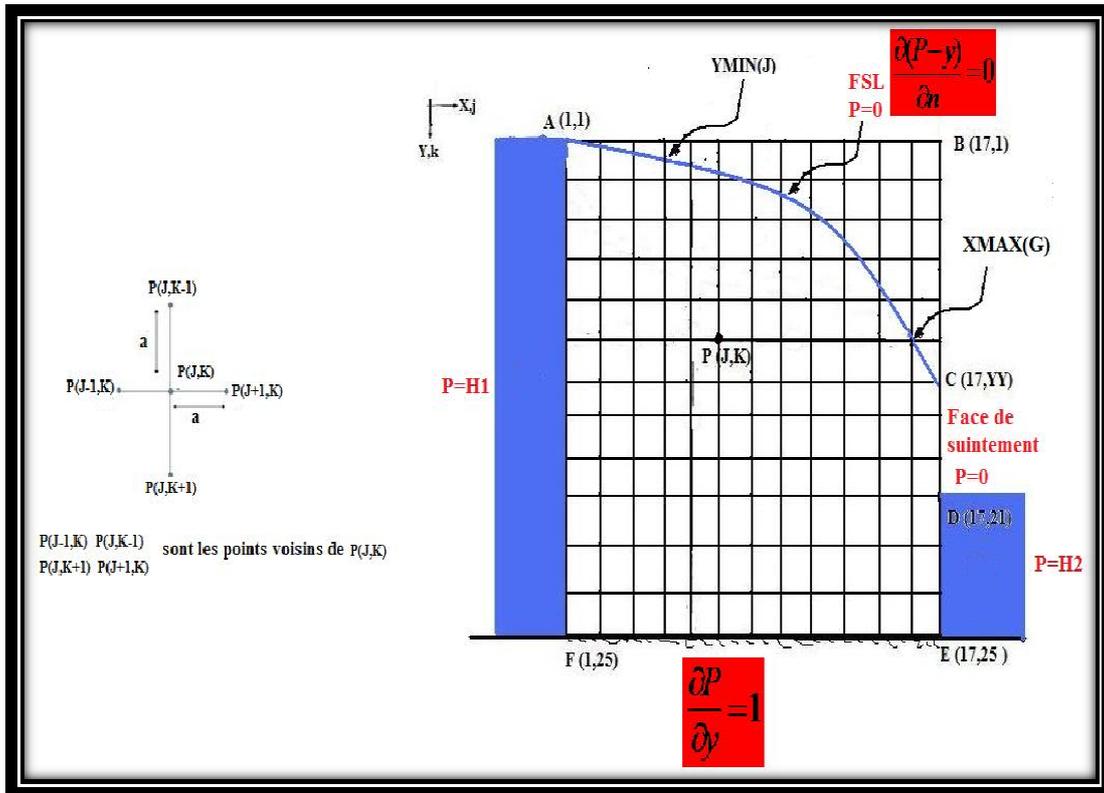


Figure 5 : domaine de discrétisation (de la réalité a la modélisation)

Source : Finnemore and perry

La détermination de la courbe de la surface libre se fera en prenant les nœuds proches de la nappe phréatique. Cela permet d'améliorer la précision de la solution. Le domaine de solution est entouré par cinq frontières notées AB, BD, DE, EF et FA munies des points de coordonnées A(1,1), B (17,1), D(17,21), E(17,25),F(1,25). La courbe de la surface libre et la face de suintement sont représentés respectivement par la parabole AC et le segments CD muni du point C (17,yy). H1 et H2 représentent respectivement les hauteurs en amont et en aval de la digue. Ces valeurs sont connues contrairement à la position et la forme de AC qui est inconnue et doit être calculer.

III.1.2. Conditions aux limites

- **Forme des équations du mouvement dans un sol stratifié**

L'anisotropie des sols est un phénomène complexe du fait de la variété de la nature ainsi que des modes de formation du sol. Un sol sédimentaire formé grâce au dépôt des couches de différents matériaux présente un comportement anisotrope marqué. En outre, un sol « homogène » peut se comporter de manière anisotrope s'il a subi au cours de sa formation des surcharges saisonnières, des cycles de séchage ou des actions climatiques. Ces deux exemples montrent le rôle incontestable

Développement d'un programme de calcul des infiltrations au travers et sous la digue d'un barrage du mode de formation des sols par rapport à son comportement anisotrope. Dans le cadre de notre étude, l'anisotropie s'explique par les dépôts naturels du sol qui sont généralement en structure stratifiée. C'est une hypothèse qui s'accorde bien avec l'étude des remblais compactés, puisqu'il arrive que cette anisotropie apparaisse à la suite du compactage par couches horizontales successives.

L'équation aux dérivées partielles qui régit l'écoulement n'est plus l'équation de Laplace par conséquent la charge n'est pas une fonction harmonique. Un simple changement de variable permet de faire l'étude en milieu isotrope fictif (Durand, 1996).

Considérons une série de sols d'épaisseurs et de perméabilités différentes. Supposons que l'écoulement ait lieu dans le plan (x,y) (confère *figure 6*).

La vitesse s'écrit alors :

$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y = V_x \vec{i} + V_y \vec{j}$$

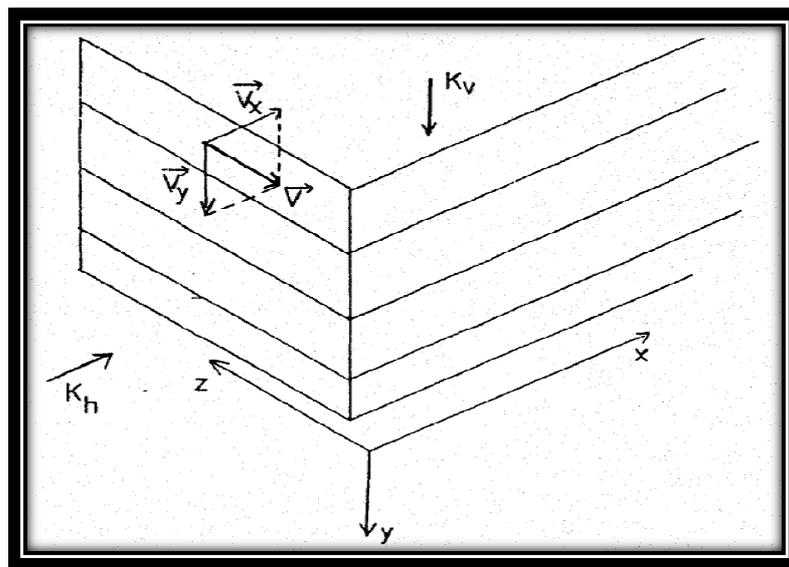


Figure 6 : Schéma écoulement en milieux stratifié

Dans un sol anisotrope l'équation de continuité s'écrit : $\text{div } \vec{v} = 0$

NB : $k_x = k_h$ et $k_y = k_v$

Soit $\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0$

Or selon la loi de Darcy

$$V_x = -k_x \frac{\partial H}{\partial x}$$

$$V_y = -k_y \frac{\partial H}{\partial y}$$

L'équation de continuité devient donc

$$-k_x \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} - k_y \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0$$

Appliquons le changement de variable :

$$x' = \sqrt{\frac{K_y}{K_x}} \times x$$

$$\text{Soit } x = \sqrt{\frac{K_x}{K_y}} \times x'$$

$$\text{Donc } \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial H}{\partial x'} \times \sqrt{\frac{K_y}{K_x}}$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 H}{\partial x'^2} \left(\sqrt{\frac{K_y}{K_x}} \right)^2 = \frac{\partial^2 H}{\partial x'^2} \times \frac{K_y}{K_x}$$

En remplaçant dans l'équation on a :

$$-k_x \frac{K_y}{K_x} \frac{\partial^2 H}{\partial x'^2} - k_y \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0 \text{ avec } k_y \ll k_x \text{ puisque le compactage se fait de vertical}$$

$$-k_y \frac{\partial^2 H}{\partial x'^2} - k_y \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0$$

$$-k_y \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right) = 0$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0$$

C'est-à-dire $\Delta H=0$

Donc à un changement de variable près l'équation du mouvement dans un sol stratifié se ramène aussi à une équation du type $\Delta H=0$ comme en milieu isotrope Source (Durand, 1996).

La solution en milieu anisotrope peut donc se ramener à une solution dans un sol isotrope en posant un changement de variable

Résolution des équations du mouvement dans le cas des barrages en terre

Les équations du mouvement se ramènent donc à $\Delta H=0$, dont la solution est une fonction harmonique vérifiant les conditions aux limites du domaine.

La charge $H(x', y)$ satisfait donc à une équation de Laplace.

Le niveau piézométrique dans le domaine de la solution peut être calculée à partir de:

$$H = \frac{p}{\rho g} - y \quad (1) \quad (y \text{ est compte positivement vers le bas}) \text{ ou } g, \rho \text{ représentent respectivement}$$

l'accélération de pesanteur et la masse volumique de l'eau.

Compte tenu de la densité constante, il est commode d'introduire la pression réduite P:

$$P = \frac{p}{\rho g} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0$$

Source Finnemore and Perry

L'application de la loi de Darcy fournit les composantes de la vitesse comme suit:

$$v_{x'} = k_{x'} \frac{\partial H}{\partial x'} \quad (3a)$$

$$v_y = k_y \frac{\partial H}{\partial y} \quad (3b)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0 \quad (4)$$

Source Finnemore and Perry

Cette équation régit le champ de pression prolongée. Bien que l'équation régissant soit linéaire les conditions aux limites requises ne le sont pas. Ils sont la source de complexité dans le traitement du problème d'infiltration. Connaissant les équations différentielles partielles elliptiques, on aura besoin de spécifier des conditions aux limites tout autour du domaine de la solution. Compte tenu du niveau d'eau en amont et en aval, voir figure 5, la pression en amont AF et à la face aval DE sont obtenus à partir de :

$$P = H1 \text{ (la hauteur d'eau en amont)} \quad (5)$$

$$P = H2 \text{ (la hauteur d'eau en aval)} \quad (6)$$

Source Finnemore and Perry

Une combinaison appropriée des équations (1) et (3b) donne la composante de vitesse verticale en fonction de la pression $v/K = -\partial P/\partial y + 1$

Compte tenu de cette relation, la condition limite sous le barrage (imperméable) c'est à dire FE, est donnée par :

$$\frac{\partial P}{\partial y} - 1 = 0 \quad (7)$$

Source Finnemore and Perry

A la limite d'infiltration CD, les lignes de courant sont à la pression atmosphérique, par conséquent, la pression conduit à $P = 0$ (8)

A la limite phréatique AC, nous avons la condition selon laquelle la ligne de pression est constante et la condition pour laquelle la surface est un courant naturel. Ces conditions sont donnés par :

$$P = 0 \quad (9a)$$

$$\frac{\partial(P - y)}{\partial n} = 0 \quad (9b)$$

Source Finnemore and Perry

Où n est un vecteur unitaire normal à la nappe phréatique, voir *figure 8*.

Cette spécification s'explique par le fait que l'emplacement de la surface libre est inconnu.

La deuxième condition (9b) engendre l'exigence de :

$$\frac{\partial p}{\partial y} \approx \sin^2 \theta \quad (10)$$

Source Finnemore and Perry

III.1.3. Equation de discrétisation

Pour mieux cerner l'influence du phénomène, plusieurs types d'équations ont été écrits à l'intérieur du domaine. Une équation pour les nœuds proches de la surface libre et un pour ceux éloignés de cette dernière .

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0$$

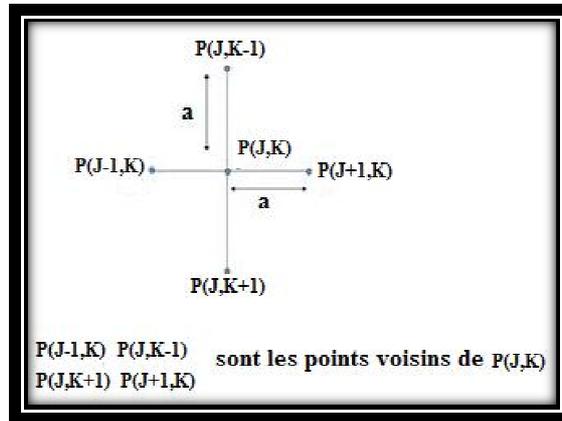
$$\frac{\partial^2 P}{\partial x'^2} = \frac{P_{(j+1,k)} + P_{(j-1,k)} - 2 P_{(j,k)}}{a^2}$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = \frac{P_{(j,k+1)} + P_{(j,k-1)} - 2 P_{(j,k)}}{a^2}$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = \frac{P_{(J+1,K)} + P_{(J-1,K)} - 2 P_{(J,K)} + P_{(J,K+1)} + P_{(J,K-1)} - 2 P_{(J,K)}}{a^2} = 0$$

$$P_{(J+1,K)} + P_{(J-1,K)} - 2 P_{(J,K)} + P_{(J,K+1)} + P_{(J,K-1)} - 2 P_{(J,K)} = 0$$

Source Finnemore and Perry



Source Finnemore and Perry

Figure 7 : formule à 5 points ou schéma en croix pour les nœuds éloignés de la ligne de la surface libre

Le schéma de la figure 7 représente les nœuds (à l'exception de ceux proches de la surface libre) ce qui conduit à une équation de la forme :

$$P_{(J,K)} = \frac{1}{4} (P_{(J+1,K)} + P_{(J-1,K)} + P_{(J,K+1)} + P_{(J,K-1)}) \quad (11)$$

Représente par le système ci-dessous

La forme moléculaire de l'équation est comme suit :

$$\begin{array}{ccccc} & & 1 & & \\ & & | & & \\ 1 & \text{---} & (-4) & \text{---} & 1 \\ & & | & & \\ & & 1 & & \end{array}$$

Sur face AF, DE, CD les conditions sont celle de Dirichlet. Pour les points de la grille le long de FE, l'équation de conditions aux limites devient:

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{P_{(J,K+1)} - P_{(J,K-1)}}{2a} = 1 \quad (12)$$

Sachant que les variations se passent le long de l'axe y, Par conséquent, l'équation 11 prend la forme:

$$P_{(J,K)} = \frac{1}{4} (P_{(J+1,K)} + 2P_{(J,K-1)} + P_{(J-1,K)} + 2) \quad (13)$$

Les branches situées près de la surface libre AC sont plus courtes que les autres (*Figure 8*).

On aura trois sortes d'équations pour la première condition $P = 0$:

$$P_{(J,K)} = \frac{P_{(J+1,K)} + P_{(J-1,K)} + \frac{2P_{(J,K+1)}}{1+u}}{2 + \frac{2}{u}} \quad \text{Avec } 0 < U < a \leq R \quad (14a)$$

$$P_{(J,K)} = \frac{P_{(J,K-1)} + \frac{2P_{(J-1,K)}}{1+R} + P_{(J,K+1)}}{2 + \frac{2}{R}} \quad \text{Avec } 0 < R < a \leq U \quad (14b)$$

$$P_{(J,K)} = \frac{\frac{P_{(J-1,K)}}{1+R} + \frac{P_{(J,K+1)}}{1+U}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{U}} \quad \text{Avec } 0 < U, R < a \quad (14c)$$

Source Finnemore and Perry

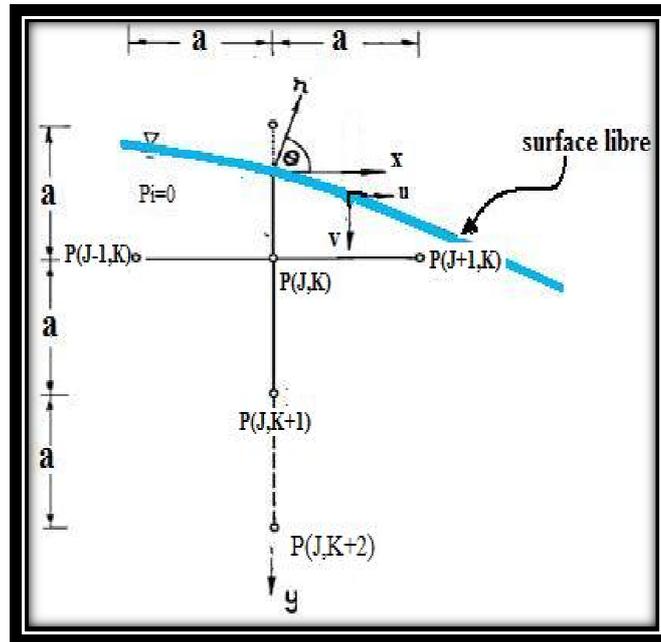


Figure 8 : schéma en croix du nœud proche de la surface libre

Source Finnemore and Perry

U et R sont définis dans la *figure 8*. Ces variables sont utilisées à l'état $P = 0$ sur surface libre. Cependant, l'équation 10 tirées de 9b ne sera pas tout à fait vérifiée. Par conséquent, une variable d'erreur est définie par l'expression suivante :

- le même intervalle de perte de charge Δh entre deux équipotentiels voisines.

Les lignes du réseau forment des quadrilatères curvilignes. Considérons l'un d'eux de largeur a et de longueur b . Le débit de l'eau Δq à travers ce quadrilatère et sur une épaisseur d'unité est :

$$\Delta q = v \cdot \Delta s$$

$$\Delta q = v \cdot a \cdot 1 \quad \text{avec } v = k \cdot i \quad \text{avec } k = \sqrt{k_{x'} \cdot k_y} \text{ perméabilité moyenne.}$$

$$V = k \cdot \frac{\Delta h}{b}$$

$$\text{Soit : } \Delta q = k \cdot \frac{\Delta h}{b} \cdot a$$

En considérant un autre quadrilatère de largeur c et de longueur d , le débit découlant serait :

$$\Delta q = k \cdot \frac{\Delta h}{d} \cdot c$$

Donc : $a/b = c/d = \text{etc.}$ (même débit Δq).

Pour tous les quadrilatères le rapport de la largeur à la longueur est la même. Le problème revient donc à déterminer deux familles de courbes orthogonales, satisfaisant aux conditions aux limites et telles que les quadrilatères curvilignes formes soient semblables.

En effet le calcul du nombre de ligne de courant dans la digue se fera sur la base qu'on connaît les distances f et b sur la *figure 9*. f est le segment sur lequel les lignes de courant sont réparties à l'intérieur de la digue et b la distance entre deux lignes de courants successifs.

La difficulté de cette partie réside en la détermination de la position du point E. L'équation d'une parabole est donnée sous la forme de :

$$ax'^2 + bx' + c = y$$

L'appartenance des points A et E à la parabole conduit au système suivant :

$$A(1,1) \Rightarrow a + b + c = 1$$

$$E(17,YY) \Rightarrow a(17)^2 + 17b + c = YY$$

$$\text{A point (max ou min) } f'(x'_A) = 0 \Leftrightarrow 2a + b = 0$$

$$x'_A = 1 \Rightarrow b = -2a$$

$$\begin{cases} a - 2a + c = 1 \Rightarrow c - a = 1 \\ 289a - 34a + c = YY \Rightarrow c + 255 = YY \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 255 \end{vmatrix} = 255 + 1 = 256$$

$$c = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ YY & 255 \end{vmatrix}}{256} = \frac{255 + YY}{256}$$

$$a = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & YY \end{vmatrix}}{256} = \frac{YY - 1}{256}$$

$$b = -2a = -2\left(\frac{YY - 1}{256}\right)$$

Source Finnemore and Perry

De tout ce qui précède, l'équation de la ligne de la surface est :

$$K = \left(\frac{YY - 1}{256}\right) (J^2 - 2J + 1) + \frac{255 + YY}{256}$$

Connaissant les coordonnées réelles de E on pourra déterminer la longueur du segment f.

$$n_{\psi} = \frac{f}{b} + 1$$

n_{ψ} : Représente le nombre de lignes de courant

Pour le calcul du nombre d'équipotentiels (n_{ϕ}), cela se fera sur la base d'une connaissance préalable de la longueur sur laquelle seront placés les piézomètres (en aval immédiat de la digue et dans le périmètre irrigué). Si l'on note cette longueur S alors le nombre d'équipotentiels se calculera de la manière suivante :

$$n_{\phi} = \frac{S}{a} + 1$$

III.2.2. Lignes de courant et équipotentiels en dessous de la digue

Le nombre de lignes de courants en dessous de la digue se calcule selon l'hypothèse que le segment (profondeur) entre le dessous immédiat de la digue et l'horizon imperméable est connu (h).

$$n_{\psi} = \frac{h}{b} + 1$$

En ce qui concerne les équipotentiels, elles restent les mêmes que dans le corps de la digue

III.3. Infiltration au travers le corps de la digue et sous le barrage

Si on numérote les équipotentiels de 0 à n_ϕ et les lignes de courant de 0 à n_ψ , le débit de fuite se calcule alors simplement par:

$$Q = n_\psi \Delta\Psi \text{ car on a } n_\psi \text{ tube de même débit } \Delta\Psi$$

$$Q = n_\psi \Delta\Phi \text{ car } \Delta\Psi = \Delta\Phi$$

$$Q = n_\psi \frac{\Phi_0 - \Phi_{n\phi}}{n_\phi}$$

Le potentiel Φ est la charge hydraulique (au coefficient K près) qui se résume à deux termes seulement car le terme d'énergie cinétique est négligeable.

$$\Phi = kH$$

$$\Phi = k \left(Z + \frac{p}{\rho g} \right) \text{ ou } k = \sqrt{k_x \cdot k_y} \text{ est la perméabilité moyenne. La formule du débit est alors}$$

$$Q = \frac{n_\psi}{n_\phi} k \cdot (H_0 - H_{n\phi}) \text{ sachant que } H_0 = \frac{P_{r0}}{\rho g} + Z_0 \text{ et } H_{n\phi} = \frac{P_{r\phi}}{\rho g} + Z_\phi \text{ on aboutit à une}$$

formule finale du débit notée :

$$Q = \frac{n_\psi}{n_\phi} k \cdot [(H_{amont} + Z_0) - (H_{aval} + Z_\phi)]$$

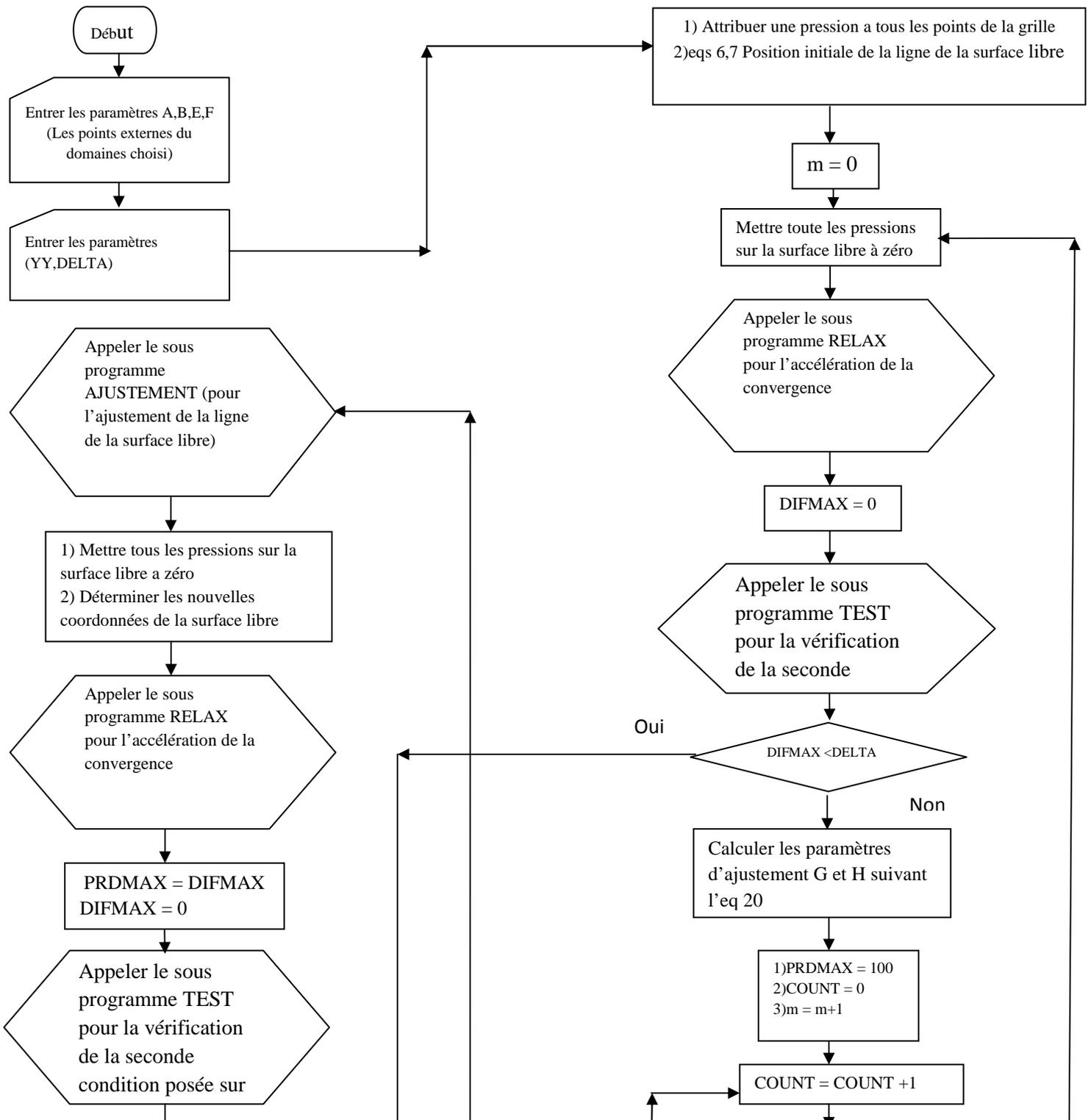
Source : Mécanique des fluides et hydraulique de Michel Lobenberg

IV. RESULTATS

IV.1. Surface libre

IV.1.1. Algorithme de la détermination de la ligne de la surface libre

Cet algorithme est essentiellement composé de quatre sous programmes à savoir : **RELAX**, **TEST**, **AJUSTEMENT**, et **LISSAGE**. La consistance des ces sous programmes sera décrite plus en détail dans la partie description.



IV.1.2. Description de l'algorithme

Dans les cases intitulées **Entrer les paramètres**, l'utilisateur est chargé d'entrer les différents paramètres à savoir :

- les coordonnées des points du domaine
- les paramètres entrant dans le calcul des différentes équations

Par la suite, l'attribution des diverses pressions sera faite selon les conditions aux limites de chaque faces. Chaque nœud est traité dans l'ordre, balayant successivement la région. Dans le temps le paramètre m (nombre d'ajustement avec lissage) sera à zéro. Ayant déjà prédéfinie, la pression à zéro sur la surface libre AC, L'appel du sous-programme **RELAX** suivra pour accélérer la convergence du système d'équation. **TEST** vérifie la seconde condition aux limites de la FSL. Cette exigence est représentée par l'équation (9b). L'erreur dans cet état est définie comme $DIFF(J)$ dans l'équation(15), ou $DIFMAX$ est le maximum de ces valeurs le long de la surface libre. S'il y a lissage on fait appel au sous-programme **LISSAGE** pour le lissage. Puis on passe à l'ajustement en appelant le sous- programme **AJUSTEMENT** pour ajuster la parabole trouvée. D'après l'algorithme, le cycle suivant : **RELAX, TEST, AJUSTEMENT, et LISSAGE** constitue une boucle. Ce cycle est répété jusqu'à ce qu'un critère spécifié de la seconde surface soit remplie. Lorsque le critère est satisfait, le problème est résolu pour la précision réglementaire nommée DELTA. Le programme provoque alors la répartition des pressions finales correspondantes. Elles sont calculées de la manière suivante :

$H(J, G) = P(J, G) + 25 - G$ ce qui donne une distribution de pression final comme variable de sorties.

IV.1.3. Code Visual Basic de la détermination de la surface libre

```

Sub SurfaceLibre()
Sub Main()
Private Sub reserve_storage_noeud_(A, B, D, E, F)
    'Le domaine de discrétisation est représenté par un maillage de 17*25
    Dim r(1 To 17, 1 To 25) As Variant
    A = r(1, 1)
    B = r(17, 1)
    E = r(17, 25)
    F = r(1, 25)
End Sub
Private Sub Input_parametre(h, G, YY, DELTAT)
    Dim h, G, YY, DELTA As Double
    Const h = Val(text_H.Text)
    Const G = Val(text_G.Text)
    Const YY = Val(text_YY.Text)
    Const DELTA = Val(text_DELTA.Text)
End Sub
Private Sub Assigner(J, K)
    'Attribuer une valeur de pression à tous les point de la grille
    Dim J, K As Integer
    For J = 2 To 16
    For K = 2 To 24
    P(J, K) = K - 25 + h
End
    'Conditions aux limites de la face AF
    For K = 1 To 25
    P(17, K) = K - 1 'eq 5a
End
    'Conditions aux limites de la face DE
    For K = 21 To 25
    P(17, K) = K - 21 'eq 6
End
    'Conditions aux limites de la face DB
    For K = 1 To 21
    P(17, K) = 0

```

End

'Position initiale de la ligne de la surface libre

Dim XMAX(K), YMIN(J) As Double

XMAX(K) = Min(1 + 16 * Sqr(K / (YY - 1)), 17) 'eq 17a

YMIN(J) = 1 + ((J ^ 2) * (YY - 1) / 256) 'eq 17b

End Sub

Dim m As Integer

Do While m = 0

'Mettre toutes les pressions de la surface libre a zéro

'la ligne de la surface libre est l'arc parabolique AC d'axe vertical Y passant par A

For J = 1 To XMAX(K)

K = (YY - 1) / 256 * ((J - 1) ^ 2) + ((256 + YY) / 256)

P(J, K) = 0 'eq 9a

End

Exit Do

'METHODE DE GAUSS-SEIDEL + SUR -RELAXATION DE FACTEUR

Function RELAX (Apass, bpass, xpass, n, lam, toler)

Application.Volatile

Dim A(500, 500), B(500), X(500), old(), dx(), xtemp()

ReDim old(1 To n), dx(1 To n)

maxiter = 1000

iter = 0

'Copier les tableaux originaux dans des variables locales, et à normaliser ...

For i = 1 To n Etape 1

factor = Apass(i, i)

For J = 1 To n Etape 1

A(i, J) = Apass(i, J) / factor

Next J

B(i) = bpass(i) / factor

X(i) = xpass(i)

Next i

'Execution de la relaxation...

Do

iter = iter + 1

maxerr = 0#

For i = 1 To n Etape 1

old(i) = X(i) 'Mémoriser la valeur antérieure de x avant la mise a jour

psum = B(i)

For J = 1 To n Step 1 'Cette boucle utilise la method de G-S (Gauss Selden)

If i <> J Then: psum = psum - A(i, J) * X(J)

Next J

```

X(i) = psum 'Remettre la nouvelle valeur de x dans le tableau pour la boucle suivante
dx(i) = X(i) - old(i) 'Calculer Dx's pour une mise a jour ulterieure
apperr = Abs(dx(i))
If apperr > maxerr Then: maxerr = apperr 'Trouver la valeur max de tous les |Dx|
Next i
For i = 1 To n Etape1 'This loop actually updates to final xnew, using Dx's
X(i) = old(i) + lam * dx(i)
Next i
Loop While maxerr > toler And iter < maxiter
If iter >= maxiter Then: MsgBox ("Divergent! Iterations = " & iter)
MsgBox ("Required iterations = " & iter)
'Arrêter l'itération lorsque la tolérance est atteinte, ou aussitôt que l'itération est
excédentaire
ReDim xtemp(1 To n)
For i = 1 To n Step 1
xtemp(i) = X(i)
Next i
relax = xtemp
'Noter que relax est de (1 x n) rang...

```

End Function

'eq10 diff finies sur la ligne de la surface libre: pression sur cette ligne

For J = 1 To XMAX

K = ((YY - 1) / 256) * ((J - 1) ^ 2) + ((256 + YY) / 256)

P(J, K) = [p(J+1, K)+p(J, K-1)+p(J-1, K)+p(J, K+1)] / 4

End

'eq13 pour les nœuds de la face FE. Cette eq conduit a l'eq 12 a cause des points fictifs

For J = 1 To 17

P(J, 25) = [p(J+1, K)+ 2*p(J, K-1)+p(J-1, K)+ 2] / 4

End

'eq14 pour les nœuds proche de la ligne de la surface libre AC

Dim U, R As real

Const U = Val(text_U.Text)

Const R = Val(text_R.Text)

'eq14a

If [(U>0)&(U<1)& (R >= 1)] Then

P(J, K) = [p(J+1, K)+p(J-1, K)+(2*p(J, K+1)/(1+U))] / (2 + (2 / U))

End

'eq14b

If [(R>0)&(R<1) & (U >= 1)] Then

P(J, K) = [p(J, K-1) +(2*p(J-1, K)/(1+R))+p(J, K+1)] / (2 + (2 / R))

'eq14c

If (U > 0) & (R < 1) Then

P(J, K) = [(p(J-1, K)/(1+R))+p(J, K+1)/(1+U)] / ((1 / U) + (1 / r))

End

Function Pderivee(U)

Pderivee = [(((U+1)*(U+2)*P(J,K))/2U)-
[U*(U+2)*P(J,K+1)/(U+1)]+[U*(U+1)P(J,K+2)/2(U+2)]]

End Function

Private Sub TEST(w, U, DIFMAX)

Dim DIFMAX, w, U As Double

'on calcule les termes d'erreurs

Function DIFF(J)

For J = 1 To XMAX(K)

K = ((YY - 1) / 256) * ((J - 1) ^ 2) + ((256 + YY) / 256)

DIFF(J) = ((Sin(w)) ^ 2) - Pderivee

End

'DIFMAX est l'erreur maximal.

DIFMAX = Max(DIFF)

End Function

Do While DIFMAX = 0

'Test permet de vérifier la seconde condition au niveau de la surface libre

Call Test(w, U, DIFMAX)

If DIFMAX < DELTA Then

'2)Afficher la pression de distribution

HEAD(J, K) = P(J, K) + 25 - K

plot P(J, K)

For J = 1 To 17

For K = 1 To 25

Call HEAD(J, K)

End

'2) diagramme de pressions

plot HEAD(J, K)

Do While PRDFMX = 100

Count = 0

m = m + 1

Exit Do

Count = Count + 1

Loop While (DIFF >= DELTAT)

If (DIFMAX > PRDFMX) Or (Count > 1 & m < 4) Or (Count > 1 & DIFMAX > 0.03)
Or (Count > 2 & DIFMAX > 0.01) Then

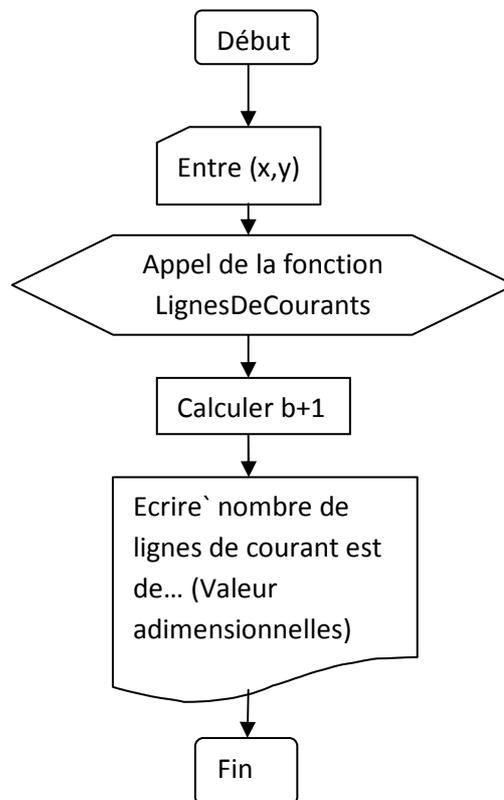
```
Call LISSAGE
Function LISSAGE ()
End Function

    Interpolation parabolique
Else
Call AJUSTEMENT
Function AJUSTEMENT()
End Function
    Call RELAX
Do While PRDFMX = DIFMAX
DIFMAX = 0
Call Test(w, U, DIFMAX)
If DIFMAX < DELTA Then
K = ((YY - 1) / 256) * ((J - 1) ^ 2) + ((256 + YY) / 256)
DIFF(J) = ((Sin(w)) ^ 2) - Pderivee
End
```

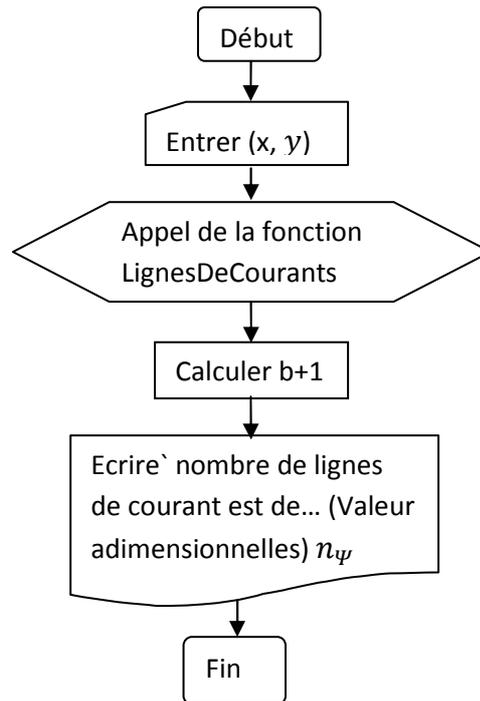
IV.2. Lignes de courants

IV.2.1. Algorithme du calcul des lignes de courants

❖ Au travers la digue



❖ **Sous la digue**



IV.2.2. Description de l'algorithme

❖ **Au travers la digue**

Dans l'organigramme suivant, entrer (x,y) s'explique par le fait qu'on invite l'utilisateur à saisir l'information attendue (figure 10). Cette information est renvoyée sous forme de chaîne de caractères et stockée dans la fonction LigneDeCourant. Cette fonction est ensuite appelée afin de pouvoir être exploitée par le programme. La fonction LigneDeCourant effectue l'opération x/y . Cette dernière est ensuite convertie en entier par la fonction CInt et rend la main à la procédure appelante qui affiche la boîte de dialogue présentée à la figure 11



Figure 10 : Boîte de dialogue affichant la première valeur à entrer par l'utilisateur pour le calcul des lignes de courants

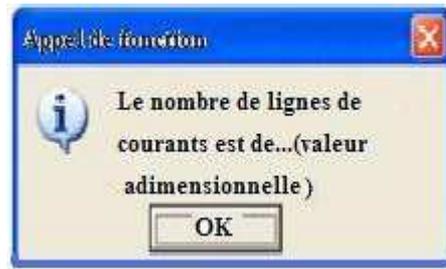


Figure 11 : Boîte de dialogue affichant le nombre de lignes de courants au travers la digue

❖ Sous la digue

Dans l'organigramme suivant, entrer (x,y) s'explique par le fait qu'on invite l'utilisateur à saisir l'information attendue (figure 12). Cette information est renvoyée sous forme de chaîne de caractères et stockée dans la fonction LigneDeCourant. Cette fonction est ensuite appelée afin de pouvoir être exploitée par le programme. La fonction LigneDeCourant effectue l'opération x/y . Cette dernière est ensuite convertie en entier par la fonction CInt et rend la main à la procédure appelante qui affiche la boîte de dialogue présentée à la figure 13.



Figure 12 : Boîte de dialogue affichant la première valeur à entrer par l'utilisateur pour le calcul des lignes de courants

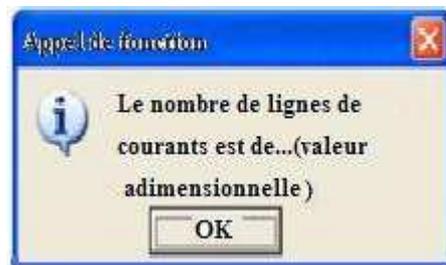


Figure 13 : Boîte de dialogue affichant le nombre de lignes de courants en dessous de la digue

IV.2.1. Code visual basic du calcul des lignes de courants

❖ Au travers la digue

Sub Algo2a()

'Lignes de courant au travers le corps de la digue.

Sub InputBox()

`Ce script sert à afficher les valeurs connues par l'utilisateur

'x est la valeur du segment sur lequel sera réparties les lignes de courants

'y est la valeur de l'écart entre deux lignes de courants successives

Dim ValeurSegment, ValeurEcart As String

Dim x, y As Double

ValeurSegment = Input (" Valeur du segment : ", " Premiere valeur a entrer ",x)

ValeurEcart = Input ("Valeur de l'ecart:", "Deuxieme valeur a entrer",y)

'La ligne suivante arrête la procédure si l'utilisateur 'clique sur "Annuler"

If Message = "" Then Exit Sub

MsgBox ``Le nombre de lignes de courants est de '' & **LignesDeCourants (x, y)**

& ``(valeur adimensionnelle).'', _

vbOKOnly & vbInformation, ``Appel de fonction``

End Sub

Function LignesDeCourant (x, y)

Dim b As Double

b = x / y

CInt(b) As Integer

LignesDeCourant = b + 1

End Function

❖ Sous la digue

Sub Algo2b()

'Lignes de courant sous le corps de la digue.

Sub InputBox()

`Ce script sert à afficher les valeurs connues par l'utilisateur

'x est la valeur du segment sur lequel sera réparties les ligne de courants

'y est la valeur de l'écart entre deux lignes de courants successives

Dim ValeurSegment, ValeurEcart As String

Dim x, y As Double

ValeurSegment = Input (" Valeur du segment : ", " Premiere valeur a entrer ",x)

ValeurEcart = Input ("Valeur de l'ecart:", "Deuxieme valeur a entrer",y)

'La ligne suivante arrête la procédure si l'utilisateur 'clique sur "Annuler"

If Message = "" Then Exit Sub

MsgBox ``Le nombre de lignes de courants est de '' & **LignesDeCourant (x, y)**

& ``(valeur adimensionnelle).'', _

vbOKOnly & vbInformation, ``Appel de fonction``

End Sub

Function LignesDeCourant (x, y)

Dim b As Double

$b = x / y$

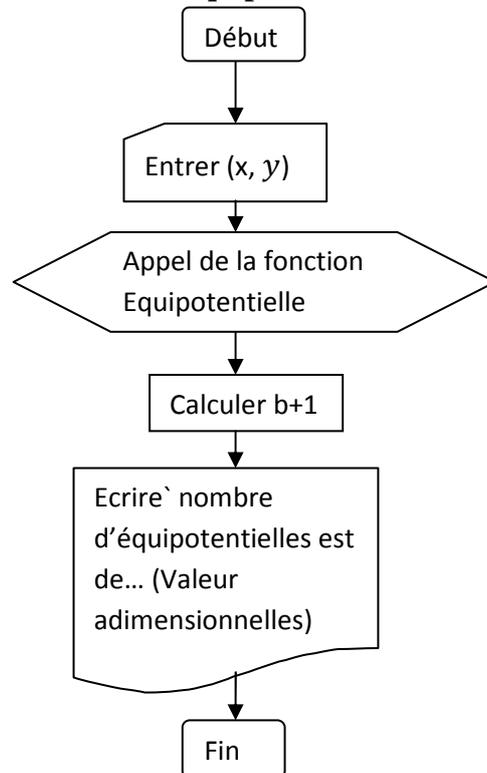
CInt(b) As Integer

LignesDeCourant = b + 1

End Function

IV.3. Equipotentielles

IV.3.1. Algorithme du calcul des équipotentielle



IV.3.2. Description de l'algorithme

Dans l'organigramme suivant, entrer (x,y) s'explique par le fait qu'on invite l'utilisateur à saisir l'information attendue (figure 15). Cette information est renvoyée sous forme de chaîne de caractères et stockée dans la fonction Equipotentielle. Cette fonction est ensuite appelée afin de pouvoir être exploitée par le programme. La fonction Equipotentielle effectue l'opération x/y . Cette dernière est ensuite convertie en entier par la fonction CInt et rend la main à la procédure appelante qui affiche la boîte de dialogue présentée à la figure 14.



Figure 14 : Boîte de dialogue affichant le nombre d'équipotentiels au travers la digue



Figure : 15 Boite de dialogue affichant la première valeur à entrer par l'utilisateur pour le calcul des équipotentiels

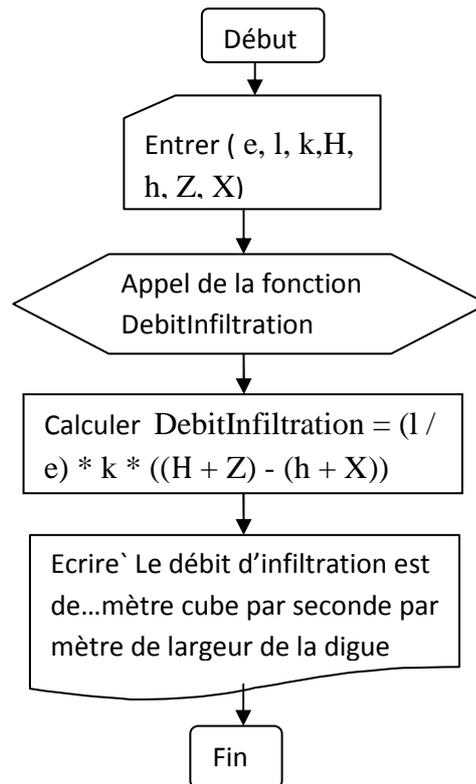
IV.3.3. Code Visual Basic du calcul des équipotentiels

```

Sub Algo3()
'Les équipotentiels au travers le corps et sous la digue.
Sub InputBox()
`Ce script sert à afficher les valeurs connues par l'utilisateur
'x est la valeur du segment sur lequel sera réparties les équipotentiels
'y est la valeur de l'écart entre deux équipotentiels successives
    Dim ValeurSegment, ValeurEcart As String
    Dim x, y As Double
    ValeurSegment = Input ( " Valeur du segment : ", " Premiere valeur a entrer ",x)
    ValeurEcart = Input ("Valeur de l'ecart:", "Deuxieme valeur a entrer",y )
    'La ligne suivante arrête la procédure si l'utilisateur 'clique sur "Annuler"
    If Message = "" Then Exit Sub
End Sub
    MsgBox ``Le nombre d'équipotentiels est de `` & Equipotentiels (x, y)
    & ``(valeur adimensionnelle).``, _
        vbOKOnly & vbInformation, ``Appel de fonction``
End Sub
Function Equipotentielle (x, y)
    Dim b As Double
    b = x / y
    CInt(b) As Integer
    Equipotentiels = b + 1
End Function
    
```

IV.4. Fuites d'eaux par infiltration

IV.4.1. Algorithme du calcul de débit de fuite



IV.4.2. Description de l'algorithme

Dans l'organigramme suivant, entrer (e, l, k, H, h, Z, X) s'explique par le fait qu'on invite l'utilisateur à saisir l'information attendue (figure 16). Cette information est renvoyée sous forme de chaîne de caractères et stockée dans la fonction DebitInfiltration. Cette fonction est ensuite appelée afin de pouvoir être ensuite exploitée par le programme. La fonction DebitInfiltration effectue l'opération $(1 / e) * k * ((H + Z) - (h + X))$ et rend la main à la procédure appelante qui affiche la boîte de dialogue présentée à la figure 17



Figure 16 : Boite de dialogue affichant la première valeur à entrer par l'utilisateur pour le calcul du débit de fuite



Figure 17 : Boite de dialogue affichant le débit d'infiltration au travers et en dessous de la digue

IV.4.3. Code Visual basic du calcul de débit de fuite

Sub algo4()

'Débit d'infiltration au travers le corps de la digue et sous le barrage

Sub InputBox()

`Ce script sert à afficher les valeurs connues par l'utilisateur

'e est le Nombre d'équipotentiels

'l est le Nombre de lignes de courants

'k est la perméabilité moyenne

'H est la hauteur d'eau en amont

'h est la hauteur d'eau en aval

'Z est la position de la première équipotentielle par rapport à l'origine

'X est la position de la dernière équipotentielle par rapport à l'origine

Dim ValeurSegment, ValeurEcart, ValeurEquipotentielle, ValeurLigneDeCourant ,
ValeurPermeabilite, ValeurHauteurAmont, ValeurHauteurAval,
ValeurPremiereEquipotentielle, ValeurDerniereEquipotentielle As String

Dim x, y, k, H, h, Z, X As Double

Dim As e, l Integer

ValeurEquipotentielle = Input (" nombre d'équipotentiels : "," Troisième valeur à entrée ",
e)

ValeurLignedeCourant = Input ("Valeur de la ligne de courant:","Quatrième valeur à entrée",

1)

ValeurPermeabilite = Input (" Valeur de la perméabilité : "," Cinquième valeur à entrée ",K)

ValeurHauteurAmont = Input ("Hauteur en amont:","Sixième valeur à entrée", H)

ValeurHauteurAval = Input (" Hauteur en aval : "," Septième valeur à entrée ", h)

ValeurPremiereEquipotentielle = Input ("Position du premier équipotentiels par rapport à
l'origine :","Huitième valeur à entrée", Z)

ValeurDerniereEquipotentielle = Input ("Position du premier équipotentiels par rapport à
l'origine:","Neuvième valeur à entrée", X)

'La ligne suivante arrête la procédure si l'utilisateur 'clique sur "Annuler"

If Message = " " Then Exit Sub

End Sub

```
MsgBox ``Le débit d'infiltration est de'' & DebitInfiltration ( e, l, k, H, h, Z, X)  
& ``metre cube par seconde par mètre de largeur de la digue.'', _  
vbOKOnly & vbInformation, ``Appel de fonction''
```

End Sub

Function DebitInfiltration(e, l, k, H, h, Z, X)

```
DebitInfiltration = (l / e) * k * ((H + Z) - (h + X))
```

End Function

V. DISCUSSION ET ANALYSE

Dans ce qui suit l'intérêt sera accordé aux principes, inconvénients et avantages des différentes méthodes énumérées en introduction. Il en est de même pour l'outil utilisé pour aboutir à nos résultats (VBA) comparativement à celui utilisé dans l'article de Finnemore et Perry (Fortran).

La détermination de la ligne de la surface libre par la méthode de Kozeny a pour avantage de trouver les 3 paramètres que nous avons cités dans l'introduction (la, sans être réellement obligé de connaître la répartition de toutes les lignes de courant. Il est juste important de respecter quelques règles de distribution des lignes à savoir:

- le parement amont est une équipotentielle
- la ligne de saturation est une ligne de courant
- la fondation est une ligne de courant (cas fondation imperméable)
- la pression hydraulique étant nulle sur la courbe de saturation, le potentiel en un point de cette ligne est due uniquement à la côte de ce point.
- les équipotentielles sont perpendiculaires aux lignes de courant (Durand, 1996)

Toute quantité finie (température, pression, déplacements etc.) peut être approximée par un modèle discret formé d'un jeu emboîté de fonctions continues polynomiales (linéaires, quadratiques ou cubiques) définies sur un nombre fini de sous régions. L'espace est souvent découpé en éléments triangulaires(en 2D).C'est le principe des éléments finis. Contrairement à la méthode des différences finies, cette méthode utilise une approche intégrale (fonctions continues) pour résoudre les équations différentielles. Sa souplesse, sa précision élevée et robustesse (capacité de représenter des corps composites, de tenir compte des géométries irrégulières complexes : côtés linéaires ou courbes avec des tailles variables) constitue un grand avantage. Comme toute méthode, son inconvénient réside dans la difficulté pour résoudre les termes non-linéaires, dans sa programmation, et dans la modification des données d'entrée. La mise au point de cette méthode nécessite une grande capacité de mémoire. La méthode des éléments finis est plus lourde à mettre en œuvre d'un point de vue mathématique c'est-à-dire que l'implémentation n'est pas facile (Cres, 2010).

L'équation aux dérivées partielles est résolue de manière approchée à l'aide d'un maillage constitué de volumes finis qui sont des petits volumes disjoints (en 3D, des surfaces en 2D, des segments en 1D) dont la réunion constitue le domaine d'étude. Les volumes finis peuvent être construits autour de points d'un maillage initial, mais ce n'est pas une nécessité. Les méthodes de

volumes finis ont été initialement mises au point pour des lois de conservations hyperboliques, mais des développements récents permettent à présent de les utiliser pour des équations elliptiques et paraboliques. Ces équations aux dérivées partielles contiennent des termes de divergence. En utilisant le théorème de flux-divergence, les intégrales de volume d'un terme de divergence sont transformées en intégrales de surface et ces termes de flux sont ensuite évalués aux interfaces entre les volumes finis. Cette méthode est conservative, donc parfaitement adaptées à la résolution de lois de conservation. Son avantage dans notre étude est qu'il peut s'adapter à la géométrie de la ligne de la surface libre dans le corps de la digue. La conservation des schémas de Volumes Finis apparaît comme une condition suffisante de convergence vers la bonne. La difficulté essentielle réside dans l'estimation des flux aux frontières de chaque volume de contrôle lors de la mise en œuvre de cette technique (Kouame. F, 2010).

La méthode de réseaux de neurones artificiels est basée sur un programme en MATLAB dont les niveaux d'eau dans les piézomètres sur les côtés amont représentent les variables d'entrées et les niveaux d'eau dans les piézomètres sur les côtes en aval représentent les variables de sorties du barrage.

la méthode des différences finies est une technique courante de recherche de solutions approchées d'équations aux dérivées partielles qui consiste à résoudre un système de relations (schéma numérique) liant les valeurs des fonctions inconnues en certains points suffisamment proches les uns des autres. On a fait recours à cette méthode parce que les équations qui régissent notre domaine forme un système conduisant à l'équation de LAPLACE donc facile à implémenter (méthode de discrétisation facile à mettre en place) comparativement à celle des éléments finis. Notre valeur ajoutée à cette étude est l'écriture du code Visual basic des différents algorithmes présentés en amont. Il faut noter que Visual Basic a une facilité de couplage avec Excel. Cela permet de nous démarquer du langage fortran qui ne présente pas cette facilité. Par ailleurs, l'application VBA intégrée dans Excel est aussi un atout permettant de corriger les différentes instructions entrant dans l'écriture du code. La mise en place de cet outil permettra de calculer les infiltrations au travers et sous la digue du barrage .Cela permettra de lever notre incertitude concernant l'engorgement de la nappe située en aval de la digue (sur le périmètre irrigué) (Kouame. F, 2010).

Par ailleurs, en comparant la méthode de KOZENY à celle faisant l'objet de notre étude, il ressort que la méthode des différences finies offre une grande précision. Cela est dû au fait que le tracé de la ligne de la surface libre est fait de façon numérique.

VI. CONCLUSION

Le présent travail a permis de se situer sur les différents algorithmes comme approche de vérification d'engorgement de la nappe. L'algorithme proposé pour la détermination de la surface libre est basé sur la méthode des différences finies qui est idéalement adaptée pour résoudre les équations régissant dans les milieux poreux. En apparence, cette méthode apparaît comme étant la plus simple à mettre en œuvre car elle procède en deux étapes : d'une part la discrétisation par différences finies des opérateurs de dérivation/différentiation, d'autre part la convergence du schéma numérique ainsi obtenu lorsque la distance entre les points diminue. Pour résoudre le problème de la détermination de la surface libre, il a besoin de spécifier les différentes conditions aux limites. Une position arbitraire de l'emplacement de la surface libre est donnée au début. Ensuite, le parcours de l'algorithme permet de localiser la position exacte de cette surface. Ainsi cet algorithme sera utilisé par la suite par un programme en langage Visual basic. De même l'algorithme concernant la détermination des équipotentielles et des lignes de courant et celui des fuites d'eau par infiltration.

L'implémentation du facteur de sur-relaxation utilisé dans l'algorithme de la détermination de la surface libre permettra de parvenir à une convergence rapide. Nous restons convaincus que la mise au point de ces trois modules contribuera en partie à pallier aux différents problèmes rencontrés dans le bas-fond. L'intégration de nouvelles fonctionnalités nécessaires à la bonne gestion des bas-fonds fera de ce programme un important outil d'accompagnement dans la gestion intégrée des ressources en eau.

VII. RECOMMANDATIONS ET PERSPECTIVES

Un complément à cette étude serait de refaire la résolution numérique en utilisant la méthode des volumes finis, en se basant sur l'article de Darbandi (2007). Il serait judicieux de faire cette étude pour les autres types de digues à savoir :

- Digue homogène avec filtre cheminée
- Digue zonée avec noyau argileux central, filtres cheminées (vertical) et tapis filtrant

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Darbandi M, T. S. (2007). A moving-mesh finite-volume method to solve free- surface seepage problem in arbitrary geometries. *INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL AND ANALYTICAL METHODS IN GEOMECHANICS* , 1610-1629.
- Durand.J.M. (1996). *Petits barrages pour l'équipement rural en Afrique*. OUAGADOUGOU: EIER.
- Erasayind, D. (2006). Studying seepage in a body of earth fill dam by(ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS) ANNs. 1-28.
- Finnemore, & perry. (1968, octobre). Seepage through an Earth Dam Computed by the Relaxation Technique. *WATER RESOURCES RESEARCH* , 1059.
- Huyakom PS, S. E. (1986). A three dimensional finite elements model for simulating water flow in variably saturated porous media. *water Resources Reseach* , 1790-1808.
- Koussis DA, W. R. (1980). Ground water flow computations by method of lines. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering* , 1-8.
- Nguyen. (2008). *Étude expérimentale de la loi d'écoulement de matériaux anisotropes transverses*. paris: Paristech > ENPC.
- Yann Peltier, J. V. (2006, Octobre 12). *Etudes et Impacts de l'implantation du barrage de Charlas*. Retrieved 4 20, 2011, from Bureau d'études industrielles" Energie Renouvelable et Environnement" (BEIERE): http://hmf.enseiht.fr/travaux/CD0607/beiere/5/html/proj_b1.html#plan
- Zienkiewicz O.C, M. P. (1966). Solution of anisotropic seepage by finite elements. *journal of engineering Mechanics* , 111-120.