



Institut International d'Ingénierie de l'Eau et de l'Environnement
International Institute for Water and Environmental Engineering

**MEMOIRE DE FIN D'ETUDE – MASTER 2^{ème} ANNEE
(INGENIEUR)**

**Modélisation des transferts de chaleur
et de masse dans les aliments :
Cas du séchage de la mangue**

**Présenté par :
SILLA Yahaya**

**Encadreur :
Pr Yézouma COULIBALY**

Année académique 2006-2007

AU NOM DE DIEU LE TOUT-MI SERI CORDI EUX, LE
TRES MI SERI CORDI EUX

Louange à ALLAH, le créateur des cieux et de la terre

Paix et bénédiction sur notre maître Mouhamad (PBSL)
messager et serviteur de ALLAH

J'aimerais avoir une pensée à l'endroit de ma mère SYLLA
Matogoman et de mon père SILLA Ousmane, pour m'avoir
donné la vie, l'éducation et toutes leurs bénédictions.

Je remercie également mon « parrain » Camara
Vazoumana pour son soutien indéfectible.

Je dédie ce mémoire à mes sept frères pour leur soutien,
leur affection et leur solidarité.

Je le dédie également à toute ma famille en Côte d'Ivoire
et partout dans le monde.

Que ALLAH vous garde longtemps auprès de moi dans la
santé, la joie et la prospérité.

Ma reconnaissance va à l'endroit de ces grands pays que
sont la Côte d'Ivoire pour m'avoir vu naître, le Burkina
Faso, pour son accueil et l'Allemagne pour m'avoir permis
de faire ces études.

Enfin un grand remerciement à tous mes amis du 2iE, aux
professeurs, à Mme GUELNGAR, au personnel.

A mes amis de la 36^e promotion, je souhaite bonne chance,
INCH'ALLAH ça va aller !!!

SOMMAIRE

Nomenclature	4
Liste des figures	5
Liste des tableaux	5
RESUME.....	6
INTRODUCTION	7
GENERALITES	8
I. PRESENTATION DE LA MANGUE	9
I.1. Présentation.....	9
I.2. Les variétés de mangues	10
I.1. Conservation de la mangue par séchage.....	10
II. GENERALITE SUR LE SECHAGE	11
II.1. Définition	11
II.2. L'air humide.....	11
II.2.1. Pression de saturation	12
II.2.2. Humidité absolue	13
II.2.3. Humidité relative	13
II.2.4. Température humide	13
II.3. Corps humide	14
II.3.1. Humidité relative	15
II.3.2. Humidité absolue	15
II.3.3. Activité de l'eau.....	15
II.4. Processus du séchage.....	17
III. PRINCIPES GENERAUX DE LA MODELISATION ET DE LA SIMULATION NUMERIQUE	20
III.1. Modélisation.....	20
III.1.1. Définition	20
III.1.2. Elaboration d'un modèle	21
III.2. Simulation numérique.....	21
III.2.1. Définition	21
III.2.2. De la modélisation à la simulation numérique	22
III.2.3. Résolution numérique	23
III.2.4. Familles de méthodes numériques.....	23
IV. HISTORIQUE DE LA MODELISATION DU SECHAGE	24
IV.1. Modèle de Sherwood	24
IV.2. Modèle de Krisher	25
IV.3. Modèle de philip et de Vries	25
IV.4. Théorie de Luikov	26
ETUDE DU SECHAGE DE LA MANGUE	27
I. SYSTEME COMPLEXE	28
I.1. Définition	28
I.2. Cadre.....	28
I.3. Objectifs.....	28
II. MODELISATION	29
II.1. Identification des phénomènes physiques.....	29
II.2. Hypothèses	29
II.3. Mise en équations	30
II.3.1. Equations des transferts dans le corps	30

II.3.2.	Conditions initiales	31
II.3.3.	Conditions aux limites	31
II.3.4.	Lois empiriques	34
III.	Simulation numérique	35
III.1.	Méthode numérique	35
III.1.1.	Présentation de la méthode.....	35
III.1.2.	Maillage du domaine	36
III.1.3.	Discrétisation des équations différentielles.....	36
III.2.	Résolution numérique	39
III.2.1.	Résolution des équations discrètes	39
III.2.2.	Programmation informatique	40
IV.	RESULTATS ET EXPLOITATIONS	42
IV.1.	Données à l'entrée	42
IV.2.	Résultats.....	43
IV.2.1.	Observation générale préalable	43
IV.2.2.	Présentation à trois dimensions	44
IV.2.3.	La température.....	45
IV.2.4.	L'humidité.....	47
IV.3.	Analyse des résultats.....	48
IV.3.1.	Au niveau mathématique	49
IV.3.2.	Au niveau physique	49
	CONCLUSION	51
	Annexe I : Equilibre liquide – vapeur de l'eau.....	53
	Annexe II : Présentation du logiciel SCILAB	54
	Annexe III : Programme de résolution dans l'environnement SCILAB	56
	BIBLIOGRAPHIE.....	58

Nomenclature

ρ_s	masse volumique du solide
p_{vsol}	pression partielle de l'eau dans le solide
p_{vg}	pression partielle de l'eau dans le gaz
p_t	pression totale
p_s	pression de saturation
C_p	chaleur spécifique
D	diffusion
t	temps
X	teneur en eau sur base sèche du produit
T	température
T_h	température humide
\cdot	coefficient de thermodiffusion
\cdot	taux d'évaporation
a_w	activité de l'eau

Liste des figures

Figure 1: Mangues	9
Figure 2: Courbes de la pression de saturation.....	12
Figure 3: Isothermes de sorption	17
Figure 4: Mécanisme du séchage.....	18
Figure 5: Courbes caractéristiques du séchage.....	19
Figure 6: Schéma simplifié de la démarche	22
Figure 7: Représentation de la tranche de mangue.....	30
Figure 8: Maillage type pour les différences finies	36
Figure 9: Algorithme de calcul.....	40
Figure 10: Organigramme représentatif de la programmation.....	41
Figure 11: Exemple de perturbations.....	43
Figure 12: Vue à trois dimension de la température.....	44
Figure 13: Profil de la température moyenne	45
Figure 14: Température par surface horizontale.....	46
Figure 15: Profil de l'humidité moyenne.....	47
Figure 16: Humidité par surface horizontale.....	48

Liste des tableaux

Tableau 1 : Présentation des quatre variétés de mangues qui sont séchées au Burkina Faso.	10
Tableau 2: Paramètres physiques de la mangue	42
Tableau 3: Condition de séchage.....	42

Auteur :

SILLA Yahaya

Encadreur :

P^R Yézouma COULIBALY

Thème :

**Modélisation des transferts de chaleur et de masse dans les aliments :
cas du séchage de la mangue**

RESUME

Les opérations de transformation ou de conservation des produits agro-alimentaires sont pour une large part assurée par les transferts de chaleur ou de matières. Le travail qui a été mené allait dans le sens de donner des outils qui permettent de donner une carte des distributions spatiales et temporelles des transferts de masses et d'énergie dans les aliments par l'étude du cas particulier d'une tranche de mangue soumise à une opération de séchage.

Une vue générale de cette transformation a été donnée pour assurer une bonne compréhension des phénomènes physiques qui génèrent ou qui influencent ces transferts. Et cela accompagné d'une explication des enjeux et moyens de la modélisation numérique.

Le choix d'un modèle et sa mise en route ont été explicités. Ainsi le séchage de la mangue a été modélisé par le système d'équation de Luikov auquel a été adjoint les conditions assurant sa stabilité et convergence au niveau mathématique. Pour la mise en route de cette modélisation, un certain nombre d'hypothèses ont été faites.

Les résultats obtenus ont montrés que la modélisation proposée ne correspondait pas à la réalité physique sans que soit mis en cause, la méthode numérique choisie ou encore le modèle de base de Luikov. Il est plutôt apparu que tous les phénomènes qui sont répertoriés dans ce modèle n'étaient pas pris en compte et qu'il faut pour remédier à cet état de fait accompagner la modélisation non seulement de simulation numérique mais également de différentes expérimentations pour assurer une correspondance entre les solutions mathématiques déduites des équations et les résultats obtenus par le moyen de l'expérience

Mots clés : transfert de masse / transfert de chaleur / séchage / modélisation / simulation numérique.

INTRODUCTION

Le séchage est la plus vieille des techniques que l'homme a trouvées comme solution au problème de conservation des produits agroalimentaires. Il est utilisé dans des secteurs d'activité très variés et pour des produits qui, en plus d'être différents, ont généralement des propriétés physiques fort complexes.

En terme de physique, le séchage convectif résulte d'un transfert de chaleur et d'un transfert de masse qui s'établissent lorsque le produit humide est soumis à l'action d'un flux d'air chaud. En effet, la différence de température et celle de concentration en eau vont engendrer une migration de l'eau, du corps vers le milieu extérieur, qui s'accompagne d'un échauffement du produit.

Tout procédé de séchage, en plus de tenir compte de la nature et des caractéristiques spécifiques des produits, doit respecter certains critères et contraintes tel que la qualité du produit séché. Ce type de contrainte peut accroître considérablement l'intérêt porté à cette opération. Pour cela, on trouve des études scientifiques qui ont permis de développer la théorie du séchage.

Les premiers travaux scientifiques sur la théorie du séchage datent des années 1920 avec les travaux de Lewis. Et depuis plusieurs modèles ont été développés. Ceux-ci, du fait de l'évolution de l'outil informatique, décrivent avec plus de précision et à l'échelle microscopique, le séchage. Le choix entre ces différentes approches dépend entre autres de la nature du produit notamment ses propriétés physico-chimiques, des phénomènes physiques que l'on veut caractériser ou encore des moyens dont on dispose.

Le présent travail est une contribution à la compréhension, par modélisation des mécanismes de transfert de chaleur et de masse lors du séchage de la mangue. Le modèle proposé décrira à l'échelle microscopique tous les différents processus de transfert dans le produit. La validation du modèle étant effectuée par confrontation avec les résultats expérimentaux préalablement obtenus.

GENERALITES

I. PRESENTATION DE LA MANGUE

I.1. Présentation

La mangue est un fruit tropical originaire des forêts de l'Inde et de la Birmanie. Elle est produite par le *mangifera indica* communément appelé manguier; grand arbre au feuillage persistant, dense et vert foncé, à la fructification généreuse appartenant à la famille des *Anarcadiacées*.



Figure 1: Mangues

Fruit charnu au noyau large et plat auquel adhère la chair, la mangue peut se présenter sous une forme ronde, ovale ou réniforme, avec dans chaque cas une écorce pouvant être de couleur jaune, verte ou rouge, qu'il est nécessaire d'enlever, car elle contient des substances irritantes et donc classée non comestible.

Sa chair est jaune foncé, onctueuse et sucrée, avec un goût de pêche et de fleur. Selon les variétés ou lorsque le fruit a trop de maturité, la chair devient parfois filandreuse. La composition de la mangue est la suivante :

- Eau : 80%
- Sucre : 15%
- fibre: 1,2 %
- protéine
- lipides
- sels minéraux et oligo-éléments
- Vitamines A et C, etc.

1.2. Les variétés de mangues

Le *Mangifera indica* comprend plus de 1000 variétés (**Mémento de l'Agriculture tropicale**) qui ne produisent pas toutes des mangues qui peuvent être soumises à l'opération de séchage. Au Burkina Faso, seules quatre variétés sont séchées. Ce sont :

- l'*amelie*
- le *kent*
- le *lippens*
- le *brooks*

Le tableau ci-dessous donne quelques indications sur ces variétés :

Tableau 1 : Présentation des quatre variétés de mangues qui sont séchées au Burkina Faso

Variétés	Couleur	Goût	Masse (g)	Période
Amélie	Vert rougeâtre	Légèrement acide	400-750-900	Février à Juin
Kent	Vert rougeâtre	Sucré	750	Fin juin à fin juillet
Lippens	Rougeâtre	Sucré	200-300	Fin juin à fin juillet
Brooks	Vert jaunâtre	Sucré	300-400	Août à septembre

1.1. Conservation de la mangue par séchage

Même séchée, la mangue contient encore près de 80% de sucre ; une telle teneur en sucre est favorable au développement microbien en présence d'eau. Le séchage comme moyen de transformation de la mangue en vue de la conserver, doit se faire donc selon des normes strictes.

La température de séchage de la mangue devrait se situer aux alentours de 70°C car au-delà de cette température, on court le risque de détruire certains éléments nutritifs comme les vitamines et les protéines. Le taux d'humidité résiduelle requis pour la bonne conservation de la mangue séchée est de 13% à 14%.

II. GENERALITE SUR LE SECHAGE

II.1. Définition

Le séchage est une opération unitaire ayant pour but d'éliminer par changement d'état (évaporation ou sublimation) un solvant imprégnant un solide ou un liquide. La déshydratation ne concerne que l'élimination de l'eau dans un solide ou dans un liquide. Dans le cadre de ce travail, le liquide à éliminer est l'eau, par conséquent les définitions suivantes se rapporteront exclusivement à l'eau et non à un liquide quelconque.

L'énergie nécessaire à la vaporisation de l'eau (énergie d'évaporation) et la chaleur dite de désorption doivent lui être apportées. La vapeur formée doit, quant à elle, être évacuée.

Deux procédés généraux peuvent être utilisés, le séchage par ébullition et le séchage par entraînement avec différents modes et vitesses d'apport de la chaleur.

La distinction entre le séchage *par entraînement* et le séchage *par ébullition* est basée sur la valeur de la pression de vapeur de l'eau du produit p_{vsol} à l'endroit où elle se vaporise:

- i. si le produit est porté à une température telle que p_{vsol} est égale à la pression totale ambiante, on parle de séchage par ébullition.
- ii. si le produit est entouré d'un gaz où la pression de vapeur d'eau p_{vg} est inférieure à p_{vsol} avec $p_{vg} < p_{vsol} < p_t$, le départ de l'eau du produit est dû à un gradient de pression partielle d'eau dans le gaz qui entoure le produit à travers lequel l'eau doit diffuser. Le gaz constitue le vecteur de la vapeur d'eau formée. Le séchage est dit par entraînement.

A ces deux modes s'ajoute le séchage par sublimation appelé *lyophilisation*, consistant à transformer directement en vapeur le solvant préalablement congelé. Cette opération ne peut se faire que si l'on opère à une température et une pression d'équilibre inférieures à celles du point triple du corps à éliminer.

II.2. L'air humide

L'air est un mélange composé principalement d'azote et d'oxygène auxquels il convient d'ajouter un certain nombre de gaz dont la vapeur d'eau. L'ensemble de tous ces gaz excepté la vapeur d'eau est dit air sec. L'air humide est donc le mélange de vapeur d'eau et d'air sec. Il faut toutefois souligner que l'air qui serait dépourvu de toute humidité n'existe pas dans la nature. Par conséquent tout air est humide. Ce qui fait que, dans la suite de ce travail, l'air humide sera simplement désigné par air. Et cela, toutes les fois que cette utilisation ne portera pas à confusion.

Dans le processus de séchage l'air joue un rôle déterminant. En effet, tout produit humide placé dans l'air verra son eau s'évaporer et cela d'autant plus que l'air est loin de son état de saturation, (état où l'air a évaporé le maximum de vapeur d'eau qu'il peut contenir), et qu'il est chaud. Il est donc important dans le cas de cette étude de définir les grandeurs relatives à l'air humide qui jouent un rôle majeur lors du séchage.

II.2.1. Pression de saturation

C'est la pression d'équilibre liquide-vapeur à une température T donnée c'est-à-dire la pression à l'état où la fraction de vapeur d'eau dans l'air est à son maximum. On le détermine en utilisant les tableaux donnant les propriétés de l'eau. Mais on peut aussi utiliser les formules empiriques. Celle qui sera utilisée tout au long de cette étude, concerne les températures comprises entre 0 et 100°C (Ferlin, 2006)

$$p_s = 1,013 \cdot 10^5 \left(13,951 - \frac{5198}{T + 273} \right)$$

p_s étant exprimée en Pascal (Pa) tandis que T est exprimée en degré Celsius (°C).

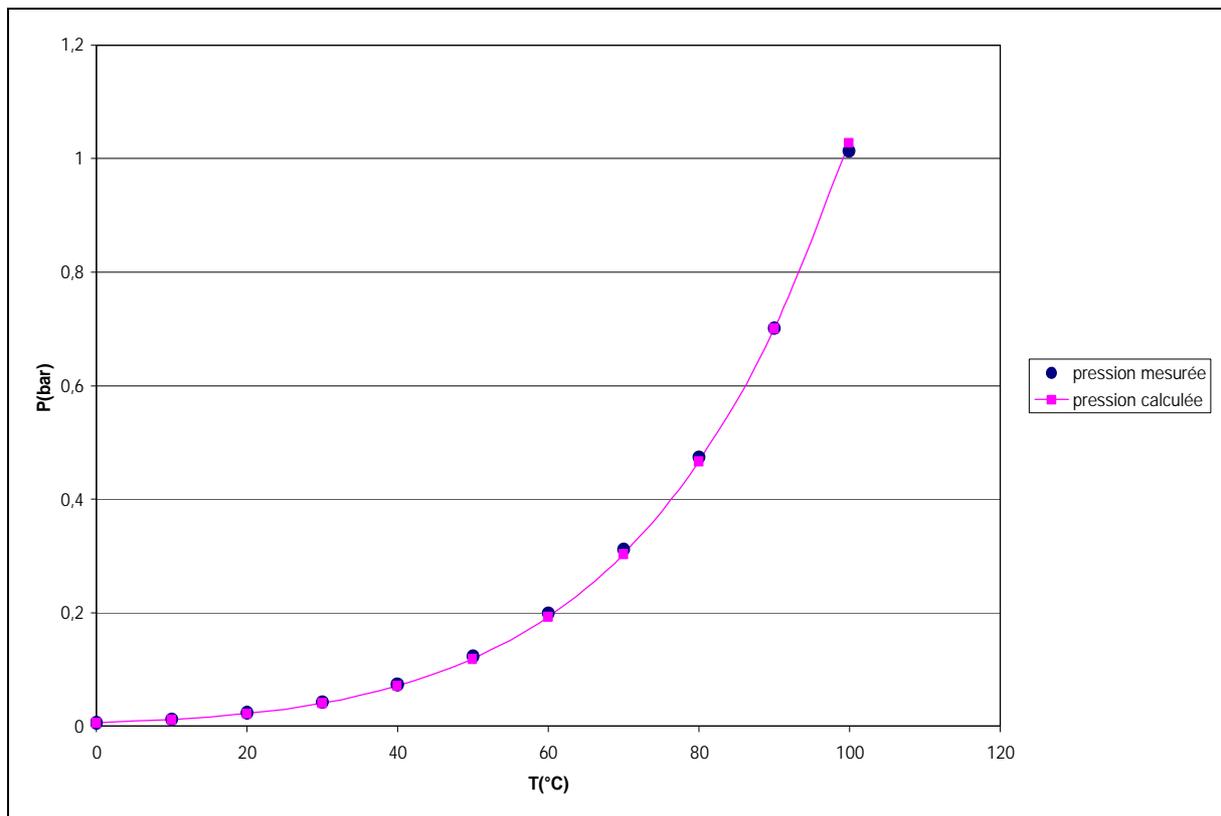


Figure 2: Courbes de la pression de saturation

II.2.2. Humidité absolue

L'humidité absolue appelée également teneur en eau est définie comme la masse de vapeur d'eau que contient l'air pour une masse d'air sec donnée. Elle est exprimée en kilogramme (kg) de vapeur d'eau par kg d'air sec et est donnée par :

$$Y = \frac{m_v}{m_{as}}$$

Où m_v et m_{as} sont respectivement la masse de vapeur d'eau et celle de l'air sec, toutes les deux contenues dans le même volume d'air humide.

II.2.3. Humidité relative

L'humidité relative ou degré hygrométrique mesure le niveau d'humidité absolue de l'air par rapport au niveau d'humidité maximal qu'il pourrait avoir compte tenu de la température de l'air et de la pression. On peut dire alors que c'est la quantité d'eau présente dans une masse d'air donnée sur la quantité d'eau maximale que peut contenir celle-ci. Exprimée en pourcentage, l'humidité relative est donnée par le rapport entre la pression partielle de la vapeur d'eau de l'air (p_v) et la pression de vapeur d'eau à saturation à la même température (p_s), multiplié par 100.

$$Hr = \frac{p_v}{p_s} \times 100$$

II.2.4. Température humide

On la définit comme la température d'équilibre d'une masse d'eau s'évaporant dans l'air dans le cas où la chaleur nécessaire à l'évaporation n'est prélevée que sur l'air. On la détermine à l'aide du diagramme de l'air humide ou en utilisant les formules empiriques qui sont très nombreuses dans la littérature. On peut citer la formule de Sprung (Daguenet, 1985) qui s'écrit pour une température comprise entre 10 et 40 °C :

$$p_v = p_{vs} - 0.5 \times \frac{p_t}{760} (T_s - T_h)$$

Où les différentes pressions sont exprimées en torrs.

Pour cette étude, il sera fait usage de l'équation suivante (Ferlin, 2006) :

$$T_a - T_h = \frac{p_t}{64.7} (y_{sat}(T_h) - y_a)$$

Où :

- y_a est la fraction molaire exprimée en mole de vapeur d'eau par mole d'air humide
- $y_{sat}(T_h)$ correspondant au cas d'un air saturé et qui serait à la température T_h ; $y_{sat}(T_h)$ est donnée par :

$$y_{sat}(T_h) = \frac{1.013 \times 10^5}{p_t} \exp\left(13.951 - \frac{5198}{T_h + 273}\right)$$

p_t est la pression totale en Pascal (Pa) et T_h en degré Celsius (°C). Ce qui fait que l'équation (a) est une équation implicite en T_h .

II.3. Corps humide

Un corps est dit humide si celui-ci contient de l'eau liée aux autres constituants du corps. Cette liaison peut être de différentes natures. Ce qui détermine l'état du corps humide.

- Un corps est dit hydraté si l'eau est chimiquement liée par association moléculaire ou est insérée dans le réseau cristallin du corps. Dans ce cas, l'eau est appelée l'eau d'hydratation et son enlèvement revient à la destruction du corps.
- Lorsque la liaison est du fait des forces d'attraction de surface de type Van Der Waals qui diminuent rapidement lorsqu'on s'éloigne de la surface, on parle de corps hygrométrique.
- Un corps est dit non-hygrométrique si l'eau est retenue par des forces mécaniques tel que la tension superficielle.

Le séchage étant l'opération consistant à retirer toutes les eaux du corps mise à part l'eau d'hydratation, il est nécessaire de définir les paramètres les plus adéquats de caractériser la présence de l'humidité dans le corps.

II.3.1. Humidité relative

Elle est également appelée titre en eau, teneur en eau sur base humide ou humidité sur base humide. Elle représente la quantité d'eau que l'on retrouve dans une masse de corps humide. Elle est donnée par :

$$x = \frac{m_e}{m} = \frac{m_e}{m_e + m_s} = \frac{m - m_e}{m}$$

Où m , m_e , m_s sont respectivement la masse totale du corps humide, la masse d'eau contenue dans ce corps et la masse de matière sèche.

L'humidité relative est un nombre sans dimension et qui est toujours compris entre 0 et 1.

II.3.2. Humidité absolue

Pour une masse de corps humide donnée, c'est la quantité d'eau par rapport à la quantité de masse sèche. On l'appelle également taux d'humidité, teneur en eau base sèche ou encore humidité sur base sèche. On l'exprime en kilogramme d'eau par kilogramme de matière sèche (kg d'eau / kg de matières sèches). Elle est donnée par :

$$X = \frac{m_e}{m_s} = \frac{m - m_s}{m_s}$$

II.3.3. Activité de l'eau

II.3.3.1. Définition

L'activité en eau d'un produit a_w traduit le degré d'attachement de l'eau au support solide. Elle se définit par rapport à un état de référence qui est celui de l'eau pure, pour laquelle l'activité est, par convention, égale à 1. L'activité en eau se définit à l'équilibre par rapport au potentiel chimique de l'eau par (Mc Carriar et al., 2000):

$$m_e - m'_e = RT \log a_w$$

Où

- μ_e : potentiel chimique de l'eau dans le produit exprimé en joule par mole ($J \cdot mol^{-1}$)
- μ'_e : potentiel chimique de l'eau pure à la même température également en joule par mole ($J \cdot mol^{-1}$)
- R : constante des gaz parfaits exprimé en joule par mole par kelvin ($J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$)

- T : température en kelvin (K)

Dans la pratique, on utilise la formule suivante :

$$a_w = \frac{p_{vsol}}{p_w}$$

Où

- a_w : activité en eau du produit (sans unité)
- p_{vsol} : pression partielle de vapeur d'eau d'une substance en Pascal (Pa)
- p_w : pression de vapeur saturante de l'eau pure à la même température en Pascal (Pa)

Bien que mesurées sur deux échelles analogues, l'humidité relative (de 0 à 100%) et l'activité en eau (de 0 à 1) n'ont pas la même signification physique. La première se rapporte à la phase gazeuse tandis que l'activité en eau se réfère à la phase condensée de l'eau adsorbée et à la variation de potentiel chimique qu'elle a subi.

Cependant, en supposant que la vapeur d'eau soit un gaz parfait et que l'équilibre thermodynamique soit atteint, l'activité en eau dans un produit solide ou dans une solution est égale à l'humidité relative de l'atmosphère en équilibre avec le corps, à la température considérée :

$$a_w = \frac{p_{vsol}}{p_w} = \frac{p_v}{p_s} = \frac{Hr}{100}$$

II.3.3.2. Isotherme de sorption

L'isotherme de sorption représente la relation entre un corps humide d'humidité absolue X et son activité de l'eau. Et ceux pour une température constante T . on peut donc écrire :

$$a_w = g(X, T)$$

Lorsque l'on a une courbe qui représente un cas de déshumidification comme le séchage ; on parle de courbe de désorption. Pour le cas contraire c'est-à-dire l'humidification, les courbes sont dites courbes d'adsorption.

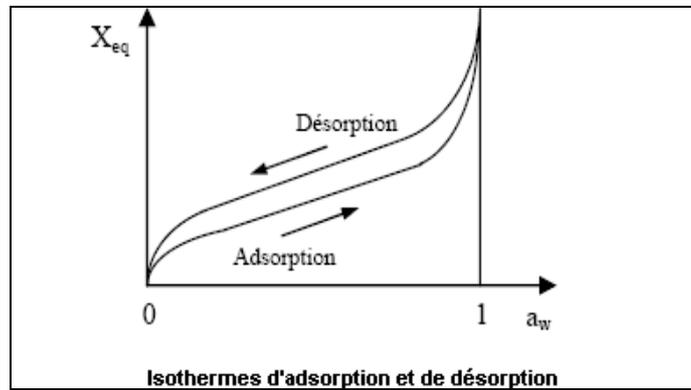


Figure 3: Isothermes de sorption

Il existe plusieurs formules empiriques qui ont été élaborées dans le but de rendre compte le plus possible de la relation entre l'activité de l'eau et l'humidité. On peut citer les travaux de Oswin, Henderson ou encore ceux de Roa et Macebo.

Pour ce travail, l'isotherme de sorption sera approximé par la relation (Hernandez et *al.*, 2000) :

$$a_w = 1 - \exp(-\exp[0,914 + 0.5639 \cdot \ln(X)])$$

II.4. Processus du séchage

Les mécanismes de séchage sont d'autant plus complexes à décrire que les transferts de chaleur et de masse sont étroitement imbriqués et simultanés. En effet pour un solide S de température initiale T_s , d'humidité X_s et de pression partielle de vapeur p_{vsol} en contact avec un air de température T_a et de pression partielle p_a .

- $T_a > T_s$, ce qui implique qu'on aura un transfert de chaleur de l'air vers le corps humide
- $p_{vsol} > p_a$, si bien que va s'opérer un transfert d'eau de la phase solide vers la phase gaz

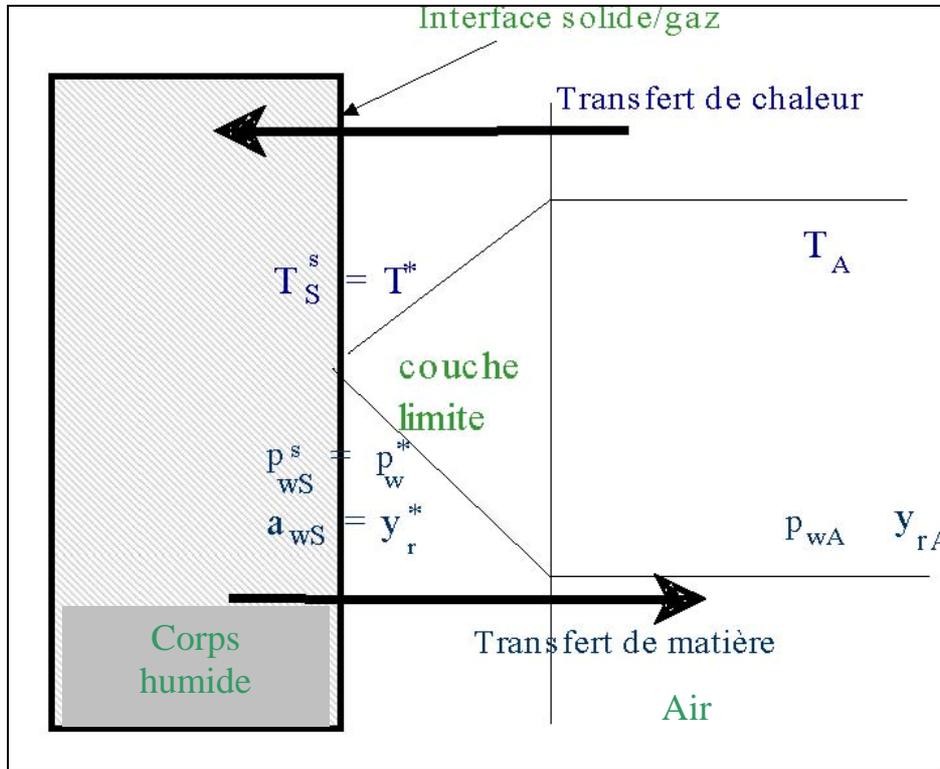


Figure 4: Mécanisme du séchage

L'eau migrant de l'intérieur vers l'extérieur du produit où elle est évacuée par convection naturelle ou forcée vers le milieu ambiant. Plusieurs théories et modèles ont été élaborés pour rendre compte de la cinétique de séchage et appréhender les lois physiques qui contrôlent les transferts. La complexité des mécanismes mis en jeu et le caractère variable des produits (nature, forme et propriétés physiques) empêchent de trouver un modèle unique susceptible de représenter toutes les situations. Il n'est pas étonnant dans ces conditions que les courbes caractéristiques de la cinétique de séchage présentent plusieurs étapes qui, individuellement et au cours d'une même opération, sont contrôlées par différents phénomènes de transfert.

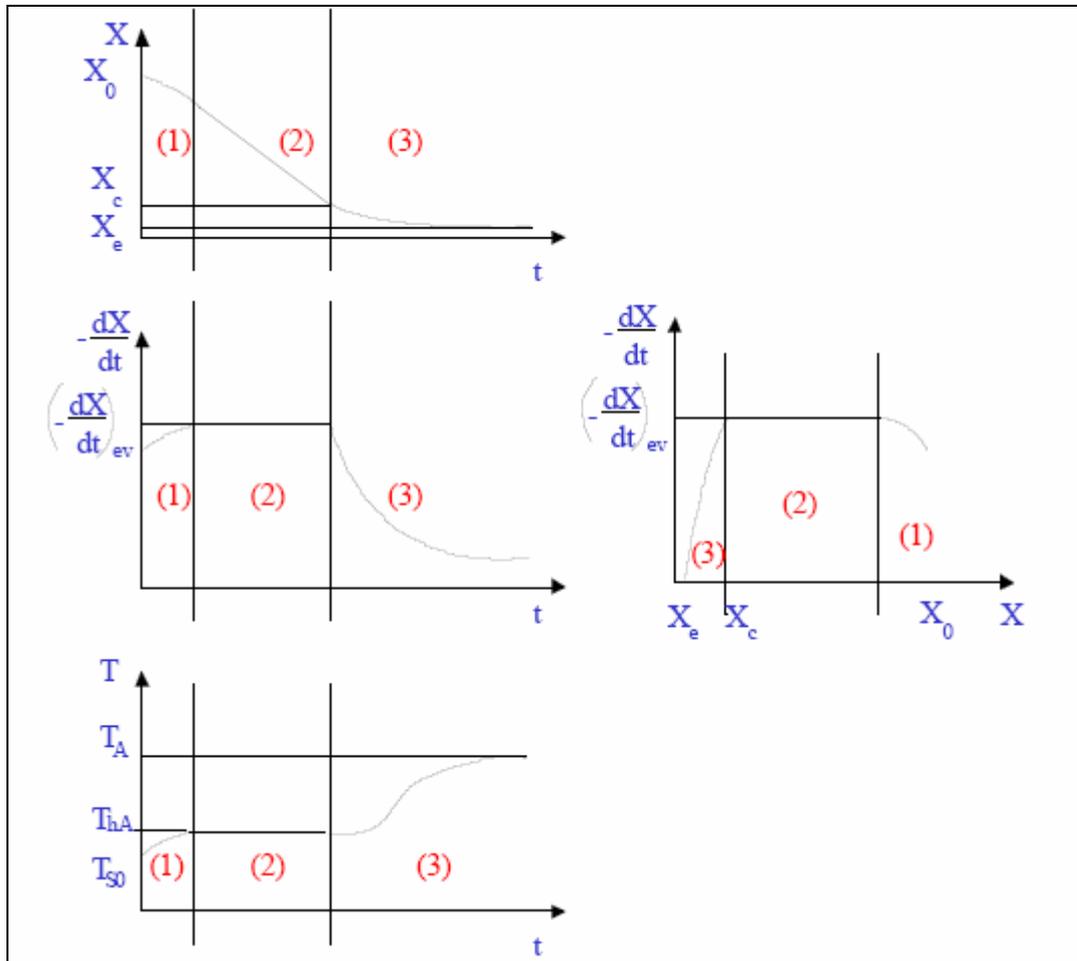


Figure 5: Courbes caractéristiques du séchage

Ainsi observe –t-on :

- i. Une phase d'initiation (phase I)

Cette phase est définie comme étant une phase de mise en régime des transferts de chaleur et de matière à la surface saturée du produit. La quantité de chaleurs apportée durant cette période contribue à élever la température du produit tout en vaporisant une certaine quantité de soluté. Ce phénomène se poursuit jusqu'à ce que le transfert compense exactement le transfert de matière. Cette période est généralement courte par rapport au temps global du séchage.

- ii. Une phase à vitesse constante (phase II)

Pendant cette phase, l'humidité est acheminée en flux continu vers la surface du produit. Le liquide se déplace par capillarité ; de cette manière le fluide asséchant en contact avec la surface du produit est à sa température humide. Les caractéristiques de l'ambient étant fixées le flux massique à la paroi sont, par conséquent, constant. Pendant cette phase, la vitesse dépend uniquement des paramètres externes. Cette phase s'achève lorsque le matériau atteint une humidité moyenne X_c appelée humidité critique. Cette valeur correspond à la limite supérieure du domaine hygroscopique.

iii. Une phase de ralentissement (phase III)

En deçà de X_c les forces capillaires ne sont plus suffisantes pour acheminer l'eau vers la surface du corps. La vitesse de séchage ne peut plus être maintenue constante et elle commence à décroître. Baisse qui s'explique par le fait que le déplacement de l'eau est influencé par plusieurs phénomènes par exemple :

- Les forces de capillarité qui entraînent une migration de l'eau en sens inverse du gradient de température.
- La migration des matières solubles (sucre, sels) à la surface entraînant une résistance supplémentaire.
- La déformation du produit qui peut être très importante dans le cas des produits biologiques.

III. PRINCIPES GÉNÉRAUX DE LA MODÉLISATION ET DE LA SIMULATION NUMÉRIQUE

III.1. Modélisation

III.1.1. Définition

Le principe de la modélisation est de remplacer un système complexe par un objet ou un opérateur simple reproduisant les aspects ou comportements principaux de l'original. Le système simplifié obtenu est dit modèle. Celui-ci peut être :

- physique comme dans le cas des maquettes beaucoup utilisées en hydraulique, architecture, aérodynamique, etc.
- abstrait comme dans le cas des écoles de pensée ou des modèles mathématiques.

Pour le cas spécifique des modèles mathématiques, la modélisation consistera à représenter une réalité physique en un ensemble de lois accessibles à l'analyse et au calcul mathématique. Elle est aujourd'hui appliquée à un domaine vaste et très varié qui embrasse l'ensemble des connaissances de l'ingénieur et du scientifique, de l'infiniment petit (physique nucléaire, mécanique des fluides ...) à l'infiniment grand (astrophysique, météorologie ...) en passant par les sciences sociales ou encore l'économie.

Toutefois la complexité des systèmes à représenter fait que l'on se limite aux aspects du système qui sont les plus significatifs pour l'objectif que l'on s'est assigné. Aussi un modèle n'est qu'une approximation de la réalité physique et qui n'est représentatif que dans un cadre précis et pour un objectif donné. On peut donc avoir plusieurs modélisations plus ou moins représentatives pour un même système. En hydraulique en charge par exemple l'eau est en général considérée comme un fluide parfait non visqueux mais pour le cas

particulier de l'étude des coups de bélier, l'eau n'est plus assimilée à un fluide parfait ; sa viscosité est prise en compte.

Réciproquement différents phénomènes peuvent avoir une même modélisation.

Exemple : l'équation mathématique :

$$a \frac{\partial u}{\partial t} = b \Delta u + f$$

- En énergétique, elle caractérise le transfert de la chaleur par conduction et est appelée équation de la chaleur. La fonction u étant la température, a le produit de la chaleur spécifique par la masse volumique et b la conductivité thermique.
- Pour la chimie c'est l'équation de diffusion d'une espèce dans un milieu donné, elle est connue comme équation de la diffusion ou encore loi de Fick. Dans ce cas u est la concentration de l'espèce ou sa densité, a est la masse volumique et b la diffusivité
- En économie notamment en finance, on la nomme modèle de Black et Scholes

III.1.2. Elaboration d'un modèle

L'un des moyens est de recourir à une série d'expériences pour analyser les paramètres et grandeurs du système. L'inconvénient est que les essais peuvent s'avérer très coûteux (essais en vol, essais avec matériaux rares, instrumentations très chères...) et ils peuvent être très dangereux (essais nucléaires, environnement spatial...). Enfin il peut être difficile de mesurer tous les paramètres : échelles du problème trop petites (chimie du vivant, couche limite en fluide...) ou trop grandes (astrophysique, météorologie, géophysique...).

On peut aussi construire un modèle mathématique permettant la représentation du phénomène physique en partant des lois qui régissent le phénomène et des hypothèses fixant le cadre de l'étude. Dans certains cas il s'agit de la seule alternative (nucléaire, astrophysique, spatial...). Dans d'autres cas, on peut accompagner le modèle mathématique des expérimentations qui permettent de valider le modèle.

III.2. Simulation numérique

III.2.1. Définition

C'est la confrontation du modèle à des conditions physiques données pour déterminer l'influence de ces dernières sur fonctionnement du système modélisé.

Dans le cas d'un modèle physique, la maquette sera mise dans les conditions équivalentes aux conditions de fonctionnement afin d'étudier son comportement et en déduire la valeur des paramètres inconnus du fonctionnement du système.

Pour un modèle mathématique, on fixera les paramètres définissant les conditions de fonctionnement du système dans les équations que l'on doit résoudre pour déterminer les

paramètres inconnus. Pour le cas de l'équation de la chaleur déjà évoquée plus haut, on fixera la conductivité thermique et la chaleur spécifique, l'inconnu étant dans ce cas la température.

Mais ces modèles utilisent très souvent des systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) non linéaires dont on ne connaît pas de solutions analytiques en général. Il faut alors résoudre le problème numériquement en transformant les équations continues de la physique en un problème discret sur un certain domaine de calcul (le maillage).

III.2.2. De la modélisation à la simulation numérique

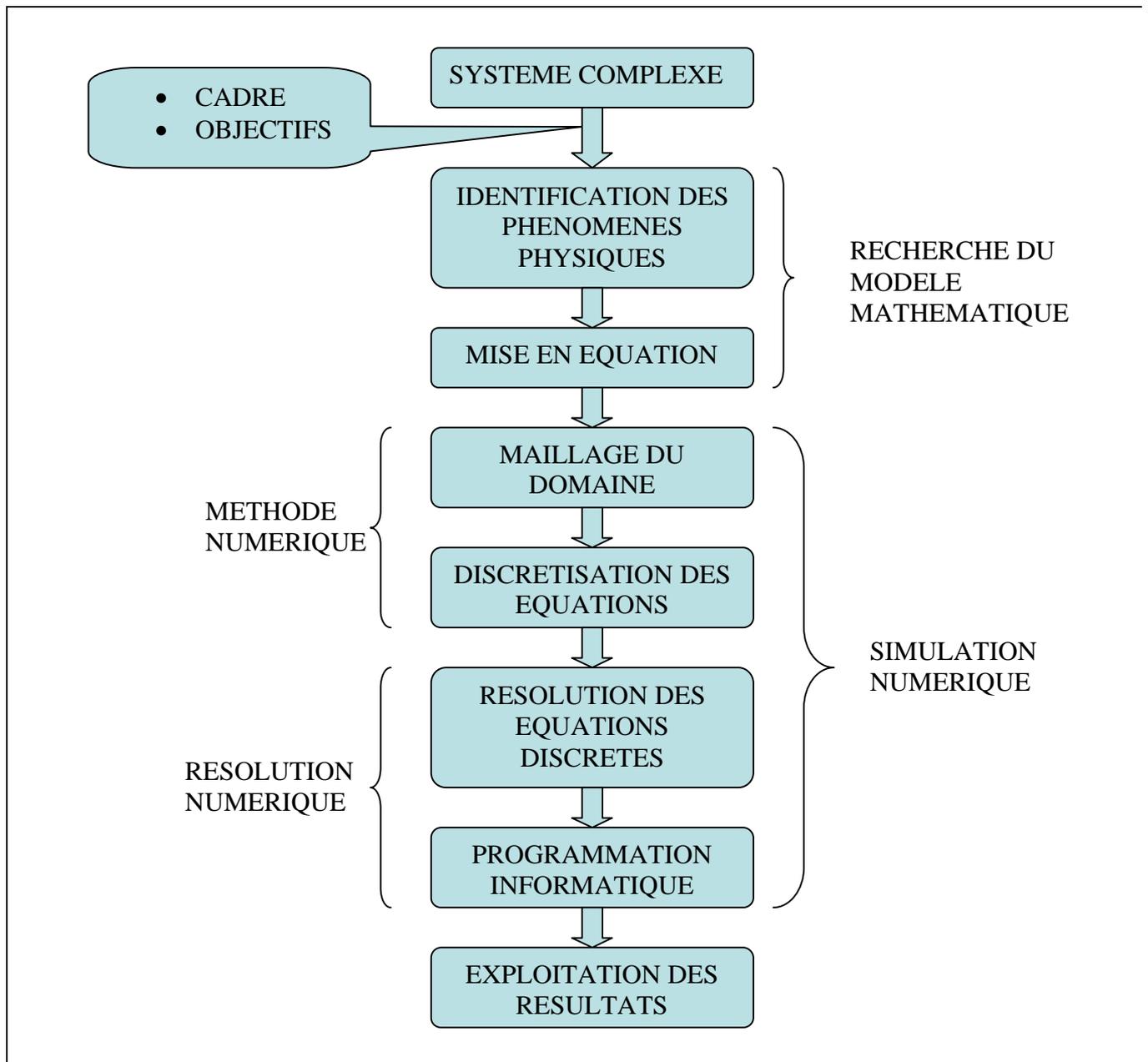


Figure 6: Schéma simplifié de la démarche

III.2.3. Résolution numérique

La solution exacte d'un problème d'équation aux dérivées partielles est une fonction continue alors que les ordinateurs ne connaissent que le fini et le discret. En effectuant un calcul numérique, un ordinateur ne peut retenir qu'un nombre fini de chiffres pour représenter les opérandes et les résultats des calculs intermédiaires. Les solutions approchées seront calculées comme des ensembles de valeurs discrètes sous la forme de composantes d'un vecteur solution d'un problème matriciel. La représentation des nombres dans un ordinateur introduit la notion d'erreur d'arrondi ou de troncature. Ces erreurs peuvent se cumuler sur un calcul et la solution numérique finale pourra s'avérer très éloignée de la solution exacte. Aussi est-il indispensable de s'assurer de la convergence de la méthode numérique choisie pour la simulation numérique.

III.2.4. Familles de méthodes numériques

Pour passer d'un problème exact continu régi par une équation aux dérivées partielles au problème approché discret, il existe trois grandes familles de méthodes :

- Les différences finies

La méthode consiste à remplacer les dérivées partielles par des différences divisées ou combinaisons de valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage. Ce dernier se devant d'être le plus fin possible.

Avantages : grande simplicité d'écriture et faible coût de calcul.

Inconvénients : limitation à des géométries simples, difficultés de prise en compte des conditions aux limites de type Neumann.

- Les volumes finis

La méthode intègre, sur des volumes élémentaires de forme simple, les équations écrites sous forme de loi de conservation. Elle fournit ainsi de manière naturelle des approximations discrètes conservatives et est particulièrement bien adaptée aux équations de la mécanique des fluides. Sa mise en oeuvre est simple avec des volumes élémentaires rectangles.

Avantages : permet de traiter des géométries complexes avec des volumes de forme quelconque, détermination plus naturelle des conditions aux limites de type Neumann.

Inconvénient : peu de résultats théoriques de convergence.

- Les éléments finis

La méthode consiste à approcher, dans un sous-espace de dimension finie, un problème écrit sous forme variationnelle (comme minimisation de l'énergie en général) dans un espace de dimension infinie. La solution approchée est dans ce cas une fonction déterminée par un nombre fini de paramètres comme, par exemple, ses valeurs en certains points ou nœuds du maillage.

Avantages : traitement possible de géométries complexes, nombreux résultats théoriques sur la convergence.

Inconvénient : complexité de mise en oeuvre et grand coût en temps de calcul et mémoire.

IV. HISTORIQUE DE LA MODELISATION DU SECHAGE

Différentes approches ont été utilisées sur une grande variété de produits pour décrire les mécanismes de séchage. Ces approches théoriques, permettant la prédiction des transferts internes de la matière et de la chaleur dans un produit en cours du séchage, supposent généralement la prédominance d'un ou de plusieurs mécanismes de transfert. On peut proposer la classification suivante:

- Les modèles cinétiques qui supposent que l'étape limitante est le transfert de l'eau liquide du coeur du produit vers la surface sans tenir compte de l'apport énergétique. Parmi ces modèles, nous pouvons citer le cas de la diffusion liquide isotherme et celui de la migration de l'eau par capillarité (modèle de Sherwood)
- les modèles cinétiques où interviennent simultanément les transferts de matière et de chaleur. L'humidité est transférée essentiellement par les mécanismes diffusionnels: diffusion limitée à la phase gazeuse; et diffusion simultanée au sein de plusieurs phases (modèle de Krisher...)
- Les modèles prenant en compte les transferts de matière et de chaleur avec incidence réciproque de l'un sur l'autre selon le principe de thermodynamique des processus irréversibles (modèle de Luikov...)

Ces deux derniers modèles forment les modèles de couplage des transferts.

IV.1. *Modèle de Sherwood*

C'est l'une des premières théories dans le domaine du séchage. Le mécanisme du séchage y est assimilé à seulement une diffusion moléculaire décrite par la loi de Fick (Bénaouda, 2006):

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (D \cdot \vec{\nabla}(X))$$

Où D est le coefficient de diffusion.

Cette approche utilise la teneur en eau comme force motrice du processus sans toutefois donner des renseignements sur le mécanisme physique de la migration de cette eau. Cette

équation différentielle a été résolue par Crank en 1975 pour le cas d'une diffusion unidirectionnelle dans une plaque plane (Arevalo-Pinedo, Xiedieh Murr):

$$\frac{X - X_e}{X_0 - X_e} = \frac{8}{\rho^2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{(2 \cdot n + 1)^2} \cdot \exp \left[-(2 \cdot n + 1)^2 \cdot \rho^2 \cdot \frac{D \cdot t}{L^2} \right] \right)$$

IV.2. **Modèle de Krisher**

Cette théorie est basée sur l'analyse des transferts de chaleur et de masse d'une grande variété de milieux poreux. Elle suppose que, pendant le séchage, l'humidité peut se déplacer sous forme liquide par capillarité, et sous forme vapeur sous l'action d'un gradient de concentration en vapeur. Les flux de vapeur et de liquide ont pour expression (Bénaouda, 2006):

$$\begin{cases} J_L = -D_L r_L \overrightarrow{\text{grad}}(X) \\ J_v = -D_V r_V \overrightarrow{\text{grad}}(p_v) \end{cases}$$

Avec D_V et D_L respectivement les valeurs des coefficients de diffusion de la vapeur et du liquide. La valeur de p_v peut être déterminée à l'aide d'isothermes de sorption.

IV.3. **Modèle de Philip et de Vries**

Ce modèle propose une description des transferts de chaleur et de masse dans les milieux poreux non saturés. Cette approche est basée sur l'étude des comportements thermique et hydrique des sols pour lesquels le mouvement de l'humidité est supposé s'effectuer par capillarité et diffusion ou sous l'action des gradients d'humidité et de température et également de gravité. Le système d'équation est dans ce cas (Bénaouda, 2006):

$$\begin{cases} \frac{\partial X}{\partial t} = \text{div} \left[D_m \left(\overrightarrow{\text{grad}}(X) + D_{mT} \overrightarrow{\text{grad}}(T) \right) \right] \\ r_s C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div} \left[k \left(\overrightarrow{\text{grad}}(T) \right) \right] - L_v \text{div} \left[D_m \overrightarrow{\text{grad}}(X) \right] \end{cases}$$

IV.4. Théorie de Luikov

Pour modéliser les transferts de chaleur et de masse dans les corps poreux, il propose la division des flux de liquide et de vapeur en deux parties, l'une induite par un gradient de concentration, et l'autre par un gradient thermique; ce qui donne le système d'équations suivant (Bénaouda, 2006):

$$\begin{cases} J_L = -D_L r_s \overrightarrow{\text{grad}}(X) - D_{LT} r_s \overrightarrow{\text{grad}}(T) \\ J_V = -D_V r_s \overrightarrow{\text{grad}}(X) - D_{VT} r_s \overrightarrow{\text{grad}}(T) \end{cases}$$

Ce qui donne le système d'équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial X}{\partial t} = \text{div} \left[D_m \left(\overrightarrow{\text{grad}}(X) + d_s \overrightarrow{\text{grad}}(T) \right) \right] \\ r_s C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div} \left[k \left(\overrightarrow{\text{grad}}(T) \right) \right] - L_v e r_s \frac{\partial X}{\partial t} \end{cases}$$

Où :

- L_v est la chaleur latente de vaporisation de l'eau
- D_m est dit coefficient de diffusion total donné par $D_m = D_V + D_L$
- $d_s = \frac{D_{VT} + D_{LT}}{D_V + D_L}$ est appelé coefficient de thermomigration ou de thermogradient
- e est un nombre adimensionnel introduit par Luikov pour rendre compte des changements de phase. Il est appelé « taux d'évaporation ».

Par définition $e = 1$ si le transfert de l'eau se fait sous forme de vapeur et $e = 0$ pour une migration en état liquide. D'après Luikov, le déplacement de l'eau dans un matériau poreux et humide, s'effectuant à la fois sous forme de vapeur et sous forme de liquide, on a

$$0 \leq e \leq 1$$

ETUDE DU SECHAGE DE LA MANGUE

I. SYSTEME COMPLEXE

I.1. Définition

Dans cette étude, le système complexe est une tranche de mangue qui est le siège d'un ensemble des phénomènes de transfert de masse et de chaleur qui ont lieu lors des opérations de transformation ou de conservation des aliments en général et lors du séchage en particulier. Le terme de transfert de masse, bien que général, ne fera référence dans cette étude, qu'aux phénomènes de migration de l'eau à l'exclusion de tout autre phénomène de transport que peut connaître un aliment soumis à une opération de séchage. On peut citer comme exemple la migration des corps solubles qui peuvent être entraînés par l'eau vers la surface de la mangue.

I.2. Cadre

La mangue sera considérée comme un milieu poreux et humide. En se limitant en matière de transfert de masse à celui de l'eau uniquement comme précédemment annoncé, la mangue pourrait être le siège de plusieurs mécanismes de migration à savoir :

- un mouvement de l'eau en état liquide par capillarité
- une diffusion moléculaire de la vapeur d'eau à travers le corps
- un écoulement de Knudsen
- un écoulement liquide par gravité
- un écoulement convectif de la vapeur par gradient de pression
- un écoulement de l'eau liquide par le fait du gradient de pression

Pour le séchage, on peut avoir une présence simultanée de plusieurs de ces mécanismes auxquels il convient d'ajouter les effets du transfert thermique.

I.3. Objectifs

On peut avoir de nombreux objectifs lorsqu'on mène une étude sur le séchage en général. Pour le cas spécifique de ce travail, on se limitera aux trois objectifs suivants :

- i. décrire à différentes échelles les phénomènes physiques de migration de l'eau et de transfert thermique.
- ii. de permettre d'évaluer l'influence des caractéristiques physiques de la mangue sur le processus du séchage
- iii. d'évaluer également les répercussions des caractéristiques physiques du milieu asséchant (l'air) sur le séchage de la mangue

II. MODELISATION

II.1. *Identification des phénomènes physiques*

Un produit qui sèche est le lieu de nombreux phénomènes physiques qui sont en général très complexes vu qu'ils sont souvent très interdépendants. Ce qui rend quasi impossible de les prendre tous en compte. C'est ainsi que dans cette étude, seuls seront en compte le fait que :

- les écoulements de chaleur dans la tranche de mangue sont faites par conduction et /ou par advection
- la migration de l'eau (en vapeur ou en état liquide) est essentiellement due à un gradient de pression.

II.2. *Hypothèses*

Pour permettre la mise en équation des différents phénomènes physiques régissant le processus du séchage, nous ferons les hypothèses suivantes:

- i. Il n'y a pas de déformation en cours de séchage :

La tranche de mangue sera considérée comme un corps à la fois rigide et poreux dont les pores sont occupés par l'eau.

- ii. L'écoulement est unidimensionnel :

Pour une tranche de mangue, l'épaisseur étant très petite par rapport aux directions. Ce qui fait que la surface latérale qui dépend de l'épaisseur sera dans le même ordre de grandeur. Par conséquent les échanges latéraux, thermique ou massique, sont négligeable devant les transferts qui s'opèrent sur les autres surfaces.

- iii. Les propriétés physiques du produit sont constantes :

Il s'agit des coefficients purement physiques (masse volumique, coefficient de diffusion, etc.) et des coefficients thermophysiques (conductivité thermique, chaleur spécifique, etc.)

- iv. Les propriétés physiques de l'air restent également constantes tout au long du séchage :

Etant donné que la modélisation ne concerne qu'une tranche de mangue, les propriétés de l'air asséchant ne seront peu affectées par les échanges. Aussi peut-on négliger ses effets. Ce qui a pour conséquence que la température et tous les autres paramètres définis plus haut pour l'air humide (humidité, température humide, pressions, etc.) sont constantes.

- v. On considère qu'initialement les distributions de température et d'humidité sont uniformes dans le produit.

Il n'y avait pas d'écoulement de chaleur ou de migration d'eau avant l'opération de séchage.

- vi. Toute la chaleur apportée à la mangue est par le fait de la convection avec l'air asséchant :

Les chaleurs provenant des rayonnements et celles provenant de la conduction entre le corps et tout autre matériau (une paroi quelconque du séchoir ou tout autre instrument) sont négligeables.

- vii. La tranche de mangue est d'une forme géométrique régulière.

La mangue est coupée de façon à obtenir des tranches cylindriques ou parallélépipédiques.

II.3. Mise en équations

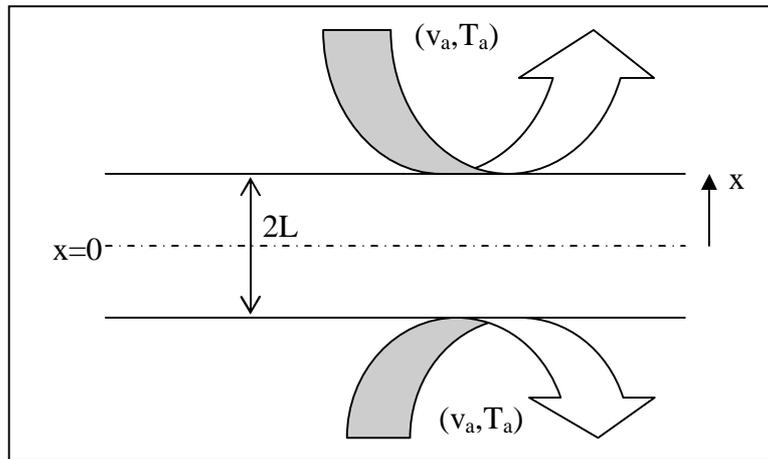


Figure 7: Représentation de la tranche de mangue

Le système complexe peut être représenté comme le montre la figure ci-dessus. Ce qui revient à considérer la tranche de mangue comme une plaque plane, infinie et symétrique par rapport au plan médian. L'étude peut donc se limiter à l'une des parties qui sont de part et d'autre du plan médian.

II.3.1. Equations des transferts dans le corps

Au regard de ces hypothèses, le champ de température $T(x,t)$ et celui de l'humidité mesurée ici par la teneur en eau en base sèche $X(x,t)$ peuvent être déterminés par le système d'équations aux dérivées partielles appelé modèle de Luikov qui devient (**E**):

$$\begin{cases} \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D \left(\frac{\partial X}{\partial x} + d \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] \\ r_s C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[k \frac{\partial T}{\partial x} \right] - L_v e r_s \frac{\partial X}{\partial t} \end{cases}$$

Ou encore (E):

$$\begin{cases} r_s C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - L_v e r_s \frac{\partial X}{\partial t} \\ \frac{\partial X}{\partial t} = D \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + D_d \frac{\partial T}{\partial x} \end{cases}$$

Où t , x , k , D , L_v , C_p , e , r_s sont respectivement le temps, la distance du point au plan médian, la diffusion, la chaleur latente de vaporisation, la chaleur spécifique, le taux d'évaporation, le coefficient de thermogradient et la masse volumique.

Ce système, bien que traduisant les lois qui régissent l'écoulement de la chaleur et celui de l'eau dans le corps, ne peut être résolu qu'à la condition de connaître à la fois :

- i. l'état initial du produit c'est-à-dire la température initiale et la teneur en eau initiale. Ces données sont dites conditions initiales
- ii. les conditions aux limites qui sont l'expression des échanges entre la tranche et l'air ; échanges qui se font à la surface libre du produit encore appelé interface produit-air asséchant.

II.3.2. Conditions initiales

Initialement on a, d'après l'hypothèse (v), une température et une teneur en eau uniformes. Ce qui se traduit mathématiquement par (C_0):

$$t=0 \begin{cases} X(x,t) = X(x,0) = X_0 \\ T(x,t) = T(x,0) = T_0 \end{cases}$$

II.3.3. Conditions aux limites

Comme expression des transferts thermique et massique entre le corps et l'air, les conditions aux limites sont données par les équations de bilans d'énergie et de masse au niveau de l'interface produit-air.

Pour la chaleur, on conçoit que lors du séchage, l'air transmet par convection la chaleur au corps humide. Cette chaleur va échauffer le corps et évaporer une partie de son eau. C'est ce qui traduit la relation mathématique suivante (Kanevce, 2005) (C_T):

$$-k \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=L} + j_q - L_v \cdot (1-e) \cdot j_m = 0$$

En ce qui concerne, les échanges d'eau à la surface libre, on peut dire l'eau perdue par la tranche de mangue est la somme des eaux ayant migrées soit par gradient de pression, soit par gradient de température. On peut écrire donc (Kanevce, 2005) (C_x):

$$r_s \cdot D \cdot \left(\frac{\partial X}{\partial x} \right)_{x=L} + r_s \cdot D \cdot d \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=L} + j_m = 0$$

Dans ces deux équations, il faut savoir que j_q représente le flux de chaleur apportée par l'air par convection et j_m flux massique d'eau prise par l'air au corps humide. Ces deux valeurs sont obtenues à travers les formules suivantes (Kanevce, 2005) :

$$j_q = h_c \cdot (T_a - T_{x=L})$$

$$j_m = h_m \cdot (C_{x=L} - C_a)$$

Où

- h_c , h_m sont respectivement le coefficient de transfert thermique par convection et le coefficient de transfert de masse à travers la surface libre.
- T_a , $T_{x=L}$ sont respectivement la température de l'air loin du produit et celle du produit à l'interface
- C_a , $C_{x=L}$ sont les fractions massiques d'eau de l'air asséchant pour le premier et de l'air qui est en équilibre avec la surface de la tranche de mangue que l'on sèche c'est-à-dire en contact avec le produit

En raison de la symétrie, on aura des conditions aux limites au niveau du plan médian qui s'expriment comme suit :

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} = 0 \\ \left(\frac{\partial X}{\partial x} \right)_{x=0} = 0 \end{cases}$$

Dans le cadre de cette étude, en prenant le coefficient de thermogradient nul en plus des hypothèses susmentionnées (S) devient :

- Pour le champ de température dans la tranche $T(x, t)$

$$\begin{cases} r_s \cdot C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = k \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - L_v \cdot e \cdot r_s \cdot \frac{\partial X}{\partial t} \\ T(x, 0) = T_0 \\ -k \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=L} + j_q + L_v \cdot (1 - e) \cdot j_m = 0 \\ \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} = 0 \end{cases}$$

- Pour la teneur en eau $X(x, t)$:

$$\begin{cases} \frac{\partial X}{\partial t} = D \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} \\ X(x, 0) = X_0 \\ r_s \cdot D \cdot \left(\frac{\partial X}{\partial x} \right)_{x=L} + j_m = 0 \\ \left(\frac{\partial X}{\partial x} \right)_{x=0} = 0 \end{cases}$$

Le système d'équation (S), formé par les équations de transfert (**E**) auxquelles on adjoint les conditions initiales (**C₀**) et les conditions aux limites (**C_T**) et (**C_X**), est à la fois un problème de Cauchy (par rapport au temps) et un problème aux limites (par rapport à la variable spatiale). On peut à priori considérer (S) comme mathématiquement bien défini. Ce qui ne garantit pas toutefois que les solutions trouvées par résolution de (S) soient

satisfaisantes. En effet une solution mathématique peut ne pas avoir de signification physique.

Pour la résolution du système (S), il est indispensable de déterminer le flux de chaleur j_q et le flux de masse j_m échangés avec l'air. Toutefois ces deux valeurs ne sont accessibles que par des lois empiriques qui doivent être soigneusement sélectionnées.

II.3.4. Lois empiriques

II.3.4.1. Flux de chaleur

Il s'agit de déterminer le coefficient de convection h_c . Ce dernier sera par la suite considéré constante en accord avec les hypothèses susmentionnées notamment l'hypothèse (iv). On trouvera dans la littérature, de nombreux cas de corrélations pour le calcul de h_c dont celui de l'écoulement sur un plan auquel on pourrait assimiler la surface libre de notre tranche de mangue

II.3.4.2. Coefficient h_m

Il faut dire que celui-ci est déterminé à partir d'un nombre adimensionnel appelé nombre de Sherwood et qui est l'équivalent de nombre de Nusselt pour le transfert thermique. La littérature donne de nombreuses expressions qui sont généralement basées sur l'analogie et/ou la corrélation qui existe entre le transfert thermique par convection et le transfert de masse. La formule suivante sera utilisée pour l'estimation h_m (Dewitt et *al.*)

$$\frac{h_c}{h_m} = \frac{k}{D \cdot Le^{\frac{1}{3}}} = r_s \cdot C_p \cdot Le^{\frac{2}{3}}$$

Où Le est un nombre adimensionnel dénommé nombre de Lewis donné par :

$$Le = \frac{a}{D}, \text{ • étant la diffusivité thermique}$$

II.3.4.3. Les fractions

- Pour l'air éloigné de la tranche, la fraction de vapeur d'eau est donnée par (Kanevce, 2005) :

$$C_a = \frac{Hr \cdot p_s(T_a)}{4619 \cdot (T_a + 273)}$$

- Pour l'air en équilibre avec la tranche de mangue, on :

$$C_{x=L} = \frac{a_w(X_{x=L}, T_{x=L}) \cdot p_s(T_{x=L})}{4619 \cdot (T_{x=L} + 273)}$$

a_w est l'activité de l'eau donnée par l'isotherme de sorption et p_s est la pression de saturation.

III. Simulation numérique

III.1. Méthode numérique

III.1.1. Présentation de la méthode

Des trois types de méthodes numériques que nous avons vues auparavant, nous utiliserons la méthode des différences finies car son inconvénient majeur, à savoir son inadaptation pour les géométries quelconques, ne se pose pas dans notre cas. Dans le même temps il faut souligner que toutes les conditions aux limites que nous avons, sont du type de Neumann. Ce qui veut dire que les conditions sont exprimées sur des dérivées partielles.

Comme indiqué plus haut, il s'agira dans cette méthode de substituer dans les équations différentielles, chaque dérivée partielle par une différence divisée faite suivant la même direction que la dérivée. Cette différence devra être faite entre les points les plus proches possibles du point dont on remplace la dérivée. D'où toute l'importance du maillage sur le domaine.

Selon la manière dont on procède pour faire les différences, les calculs et la résolution des équations peuvent être fort différents. On parle alors de schéma. Les plus connus sont :

- Le schéma explicite

Il n'est pas gourmand en calcul mais pas toujours stable. Sa stabilité dépend d'une condition mathématique appelé conditions **CFL**.

- Le schéma implicite :

Il est plus gourmand mais invariablement stable.

- Les •-schémas qui combinent les deux premiers

Ils combinent la stabilité du schéma implicite à la faible demande en capacité de calcul nécessaire au schéma explicite. Toutefois ils sont plus difficiles à mettre en œuvre

Bien que gourmand en calcul, nous avons choisie le schéma implicite pour la discrétisation de notre système. Mais avant définissons un maillage pour notre domaine.

III.1.2. Maillage du domaine

Le domaine de validité de notre système d'équations différentielle se définit sur le corps de notre tranche de mangue. Etant donné que notre système est unidirectionnel, le maillage se fera seulement que sur une direction de l'espace et sur le temps.

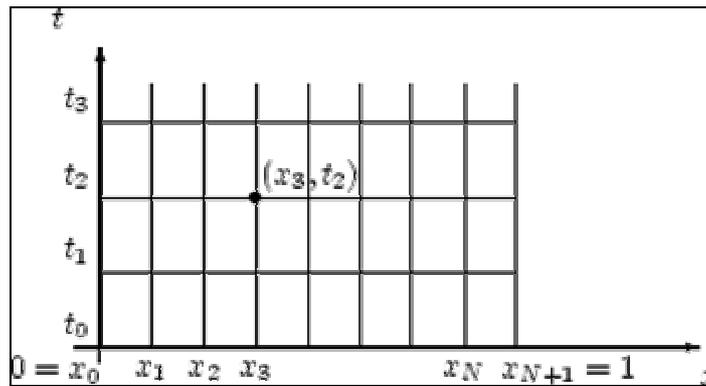


Figure 8: Maillage type pour les différences finies

En un point quelconque M situé sur un nœud dans le domaine et qui est à une distance x de l'axe de la tranche à l'instant t, le champ de température $T(x,t)$ (ou d'humidité $X(x,t)$) devient $T(x_i,t_j)$ où :

- $x_i = i \times \Delta x$ avec i compris entre 0 et N_x
- $t_j = j \times \Delta t$ avec j compris entre 0 et N_t

On écrira finalement

$$T(x,t) = T_i^j \quad \text{et} \quad X(x,t) = X_i^j$$

III.1.3. Discrétisation des équations différentielles

Les dérivées temporelles seront discrétisées par un schéma arrière d'ordre 1 et un schéma centré d'ordre 2 sera utilisé pour les dérivées seconde en espace, le tout à l'instant $j+1$. Ce qui donne

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_i^{j+1} = \frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\Delta t} \\ \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right)_i^{j+1} = \frac{u_{i+1}^{j+1} - 2 \cdot u_i^{j+1} + u_{i-1}^{j+1}}{\Delta x^2} \end{array} \right.$$

Où u est un nom générique mis pour T ou X

Pour les dérivées spatiales d'ordre 1 que l'on rencontre aux limites, on écrira :

$$\left[\begin{array}{l} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=0} = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_0 = \frac{u_1^{j+1} - u_0^{j+1}}{\Delta x} \\ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=L} = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{N_x} = \frac{u_{N_x}^{j+1} - u_{N_x-1}^{j+1}}{\Delta x} \end{array} \right.$$

Bien que interdépendant, écrivons en un sous-système (\bullet_x), les équations discrétisées gouvernant les migrations de l'eau et dans un autre sous-système (\bullet_τ), les équations de transfert de la chaleur.

III.1.3.1. Sous-système (\bullet_x)

- i. Condition initiale (\mathbf{C}_0) pour l'humidité

$$X_i^0 = X_0 ; \forall i \in [0; N_x]$$

- ii. Equations de transport d'humidité à travers la mangue (\mathbf{E}_x)

$$\frac{X_i^{j+1} - X_i^j}{\Delta t} = D_e \cdot \frac{X_{i+1}^{j+1} - 2 \cdot X_i^{j+1} + X_{i-1}^{j+1}}{\Delta x^2} ; \forall i \in [1; N_x - 1]$$

On peut donc écrire :

$$(1 + 2 \cdot D_e) \cdot X_i^{j+1} - D_e \cdot (X_{i+1}^{j+1} + X_{i-1}^{j+1}) = X_i^j \quad \text{En posant } D_e = D \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$$

- iii. Conditions aux limites (\mathbf{C}_x)

Sur le plan d'équation $x=0$, on a

$$\frac{X_1^{j+1} - X_0^{j+1}}{\Delta x} = 0 \Rightarrow X_1^{j+1} - X_0^{j+1} = 0$$

A la surface libre $x=L$, et on a :

$$r_s \cdot D \cdot \frac{X_N^{j+1} - X_{N-1}^{j+1}}{\Delta x} + h_m \cdot (C_N^j - C_a) = 0 \quad \text{Où } C_N^j = C(X_N^j; T_N^j)$$

En rassemblant toutes ces équations, on obtient le système d'équations discrétisées du sous système (\bullet_x). On peut écrire :

$$\forall j \in [0; N_t]; \left\{ \begin{array}{l} X_1^{j+1} - X_0^{j+1} = 0 \\ (1 + 2 \cdot D_e) \cdot X_i^{j+1} - D_e \cdot (X_{i+1}^{j+1} + X_{i-1}^{j+1}) = X_i^j ; \forall i \in [1; N-1] \\ W_X \cdot (X_N^{j+1} - X_{N-1}^{j+1}) = -h_m \cdot (C_N^j - C_a) \end{array} \right.$$

Avec $w_x = D \cdot \frac{r_s}{\Delta x}$

L'écriture matricielle de ce système est :

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ -D_e & 1+2 \cdot D_e & -D_e & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & -D_e & 1+2 \cdot D_e & -D_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -V_X & W_X \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_0^{j+1} \\ X_1^{j+1} \\ \cdot \\ X_{N-1}^{j+1} \\ X_N^{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ X_1^j \\ \cdot \\ X_{N-1}^j \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ -h_m \cdot (C_N^j - C_a) \end{bmatrix}$$

On voit bien que le sous-système (\bullet_x) ne peut être résolu individuellement car la fraction de vapeur C_N^{j+1} dépend également de la température.

III.1.3.2. Sous-système (\bullet_T)

On adopte la même démarche que pour le sous-système (\bullet_x).

i. Condition initiale

$$T_i^0 = T_0 ; \forall i \in [0; N]$$

ii. Equations des transferts de chaleur à travers la tranche de mangue (E_T) :

$$r_s \cdot C_p \cdot \frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\Delta t} = k \cdot \frac{T_{i+1}^{j+1} - 2 \cdot T_i^{j+1} + T_{i-1}^{j+1}}{\Delta x^2} + r_s \cdot e \cdot L_v \cdot \frac{X_i^{j+1} - X_i^j}{\Delta t} \quad \forall i \in [1; N-1]$$

Si on pose :

$$l = \frac{k}{r_s \cdot C_p} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \quad \text{et} \quad q = \frac{e \cdot L_v}{C_p}$$

On a dans ce cas :

$$T_i^{j+1} - T_i^j = l \cdot (T_{i+1}^{j+1} - 2 \cdot T_i^{j+1} + T_{i-1}^{j+1}) + q \cdot (X_i^{j+1} - X_i^j)$$

Ce qui donne :

$$\forall i \in [1; N-1] \quad (1 + 2 \cdot l) \cdot T_i^{j+1} - l \cdot (T_{i+1}^{j+1} + T_{i-1}^{j+1}) = T_i^j + q \cdot (X_i^{j+1} - X_i^j)$$

iii. Conditions aux limites (C_T)

Au niveau de la surface médiane, on peut écrire :

$$\frac{T_1^{j+1} - T_0^{j+1}}{\Delta x} = 0 \Rightarrow T_1^{j+1} - T_0^{j+1} = 0$$

Pour la surface libre qui est en contact avec l'air asséchant, les équations discrétisées sont :

$$-k \cdot \frac{T_N^{j+1} - T_{N-1}^{j+1}}{\Delta x} + h_c \cdot (T_a - T_N^j) - (1-e) \cdot L_v \cdot h_m \cdot (C_N^j - C_a) = 0$$

Si on pose : $\forall_T = \frac{k}{\Delta x}$

Le système d'équations discrétisées du sous-système (\bullet_τ) sera

$$\forall j \in [0; Nt]; \begin{cases} T_1^{j+1} - T_0^{j+1} = 0 \\ (1+2 \cdot l) \cdot T_i^{j+1} - l \cdot (T_{i+1}^{j+1} + T_{i-1}^{j+1}) = T_i^j + q \cdot (X_i^{j+1} - X_i^j); \forall i \in [1; N-1] \\ -W_T \cdot (T_N^{j+1} - T_{N-1}^{j+1}) + h_c \cdot (T_a - T_N^j) - (1-e) \cdot L_v \cdot h_m \cdot (C_N^j - C_a) = 0 \end{cases}$$

On peut comme précédemment écrire ce système sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ -l & 1+2 \cdot l & -l & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & -l & 1+2 \cdot l & -l & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \forall_T & -\forall_T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_0^{j+1} \\ T_1^{j+1} \\ \cdot \\ T_{N-1}^{j+1} \\ T_N^{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ T_1^j \\ \cdot \\ T_{N-1}^j \\ 0 \end{bmatrix} + q \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ X_1^{j+1} - X_1^j \\ \cdot \\ X_{N-1}^{j+1} - X_{N-1}^j \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ \Omega^j \end{bmatrix}$$

Avec $\Omega^j = h_c \cdot (T_a - T_N^j) - (1-e) \cdot L_v \cdot h_m \cdot (C_N^j - C_a)$

III.2. Résolution numérique

III.2.1. Résolution des équations discrètes

Les deux systèmes d'équations exposées plus haut sont l'expression numérique des phénomènes de transfert qui ont lieu lors du séchage. Etant donné qu'il y a une interaction entre l'écoulement des masses et celui de l'énergie calorifique au sein de la tranche, les systèmes sont interdépendants et ne sauraient ni l'un, ni l'autre, être résolus individuellement. L'algorithme qui a été utilisé pour tenir compte de ce fait, se présente schématiquement comme suit :

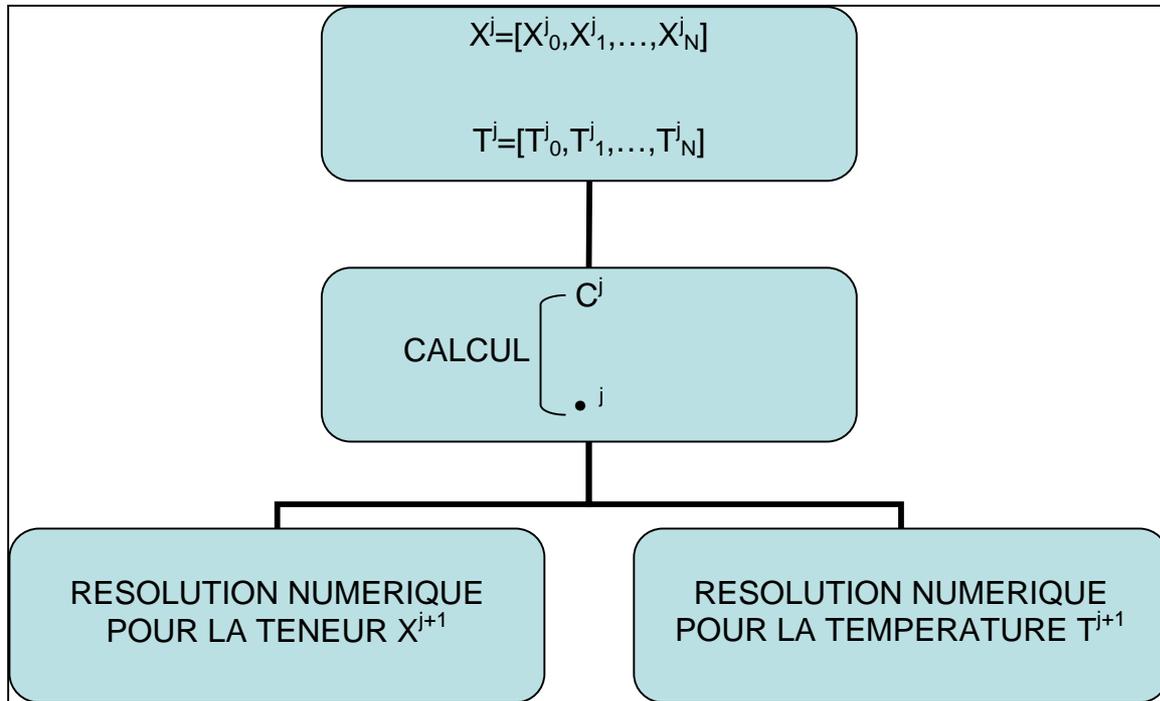


Figure 9: Algorithme de calcul

Le calcul des vecteurs X^{j+1} , T^{j+1} est fait par résolution numérique en se basant sur les méthodes numériques de résolution de système linéaire comme la méthode de Jacobi, de Gauss Seidel, etc. Ce travail sera effectué par ordinateur vu le grand nombre de calcul que ces méthodes numériques nécessitent.

III.2.2. Programmation informatique

L'utilisation de l'outil informatique permet d'affiner le maillage c'est-à-dire avoir la distribution de température et d'humidité à des échelles très fines voire microscopiques. Pour ce faire, le logiciel de modélisation mathématique SCILAB a été utilisé. L'organigramme du programme de résolution dans cet environnement est basée sur la structure de l'algorithme de résolution citée plus haut et se présente comme suit :

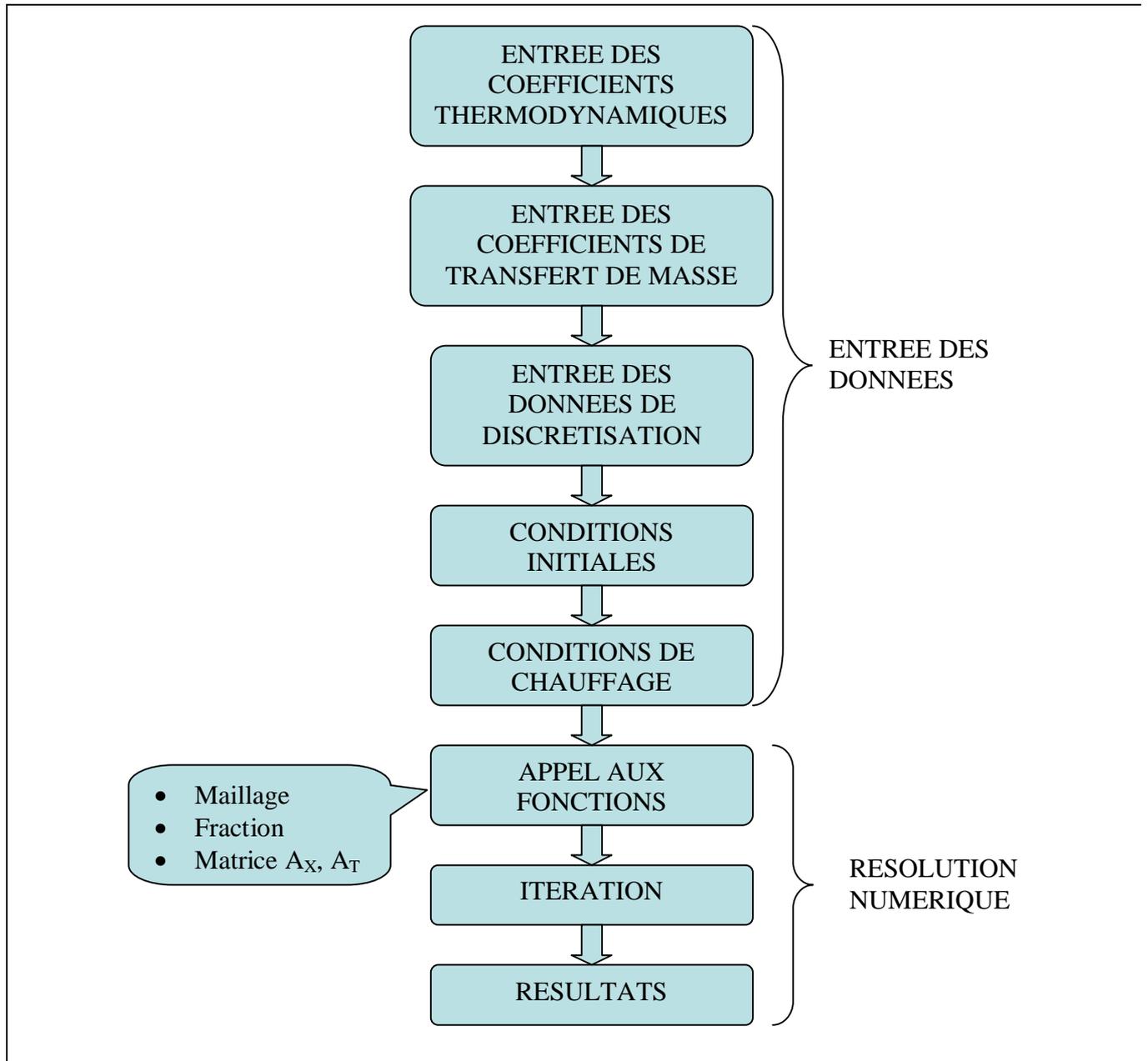


Figure 10: Organigramme représentatif de la programmation

IV. RESULTATS ET EXPLOITATIONS

IV.1. Données à l'entrée

Les caractéristiques physiques de la mangue intervenant dans le système d'équation sont répertoriées dans le tableau suivant.

Tableau 2: Paramètres physiques de la mangue

Paramètre	Symbole	Unité	Valeur
Masse volumique	ρ_s	Kg/m ³	1033
Chaleur spécifique	C_p	J/(kg×K)	3726000
Conductivité thermique	k	J×m ² / (kg×K×s)	0,4398
diffusivité	D	m ² / s	2×10 ⁻¹⁰
Taux d'évaporation	•	Sans dimension	0.5
Coefficient de thermogradient	•	Sans dimension	0

En répertoriant également les données relatives à l'état initial de la mangue et de l'air asséchant, on obtient le tableau suivant :

Tableau 3: Condition de séchage

Paramètre	Symbole	Unité	Valeur
Température de l'air	T_a	°C	70
Humidité relative de l'air	Hr	%	14
Teneur en eau initiale de la mangue	X_0	Kg d'eau / kg de matière sèche	4.5
Température initiale du produit	T_0	°C	32

IV.2. Résultats

IV.2.1. Observation générale préalable

Toutes les courbes tracées en fonction du temps tel que l'humidité moyenne ($X_m = X_m(t)$), la température moyenne ($T_m = T_m(t)$), les différentes températures et humidités par surface sont toutes sujettes à de fortes perturbations. Ces perturbations, qui sont appelées oscillations, peuvent engendrer un arrêt du programme pour cause de valeur singulière notamment au niveau l'équation de l'isotherme de sorption qui contient une fonction logarithmique. Les oscillations engendrent aussi quelque fois un passage à des valeurs complexes pour la température. Afin d'éviter ces deux problèmes, il a été constaté « empiriquement » que le coefficient de transfert par convection doit être inférieur à $1.5 \text{ W/ (m}^2\text{K)}$. Ce qui conduit à une valeur du coefficient de transfert de masse très faible.

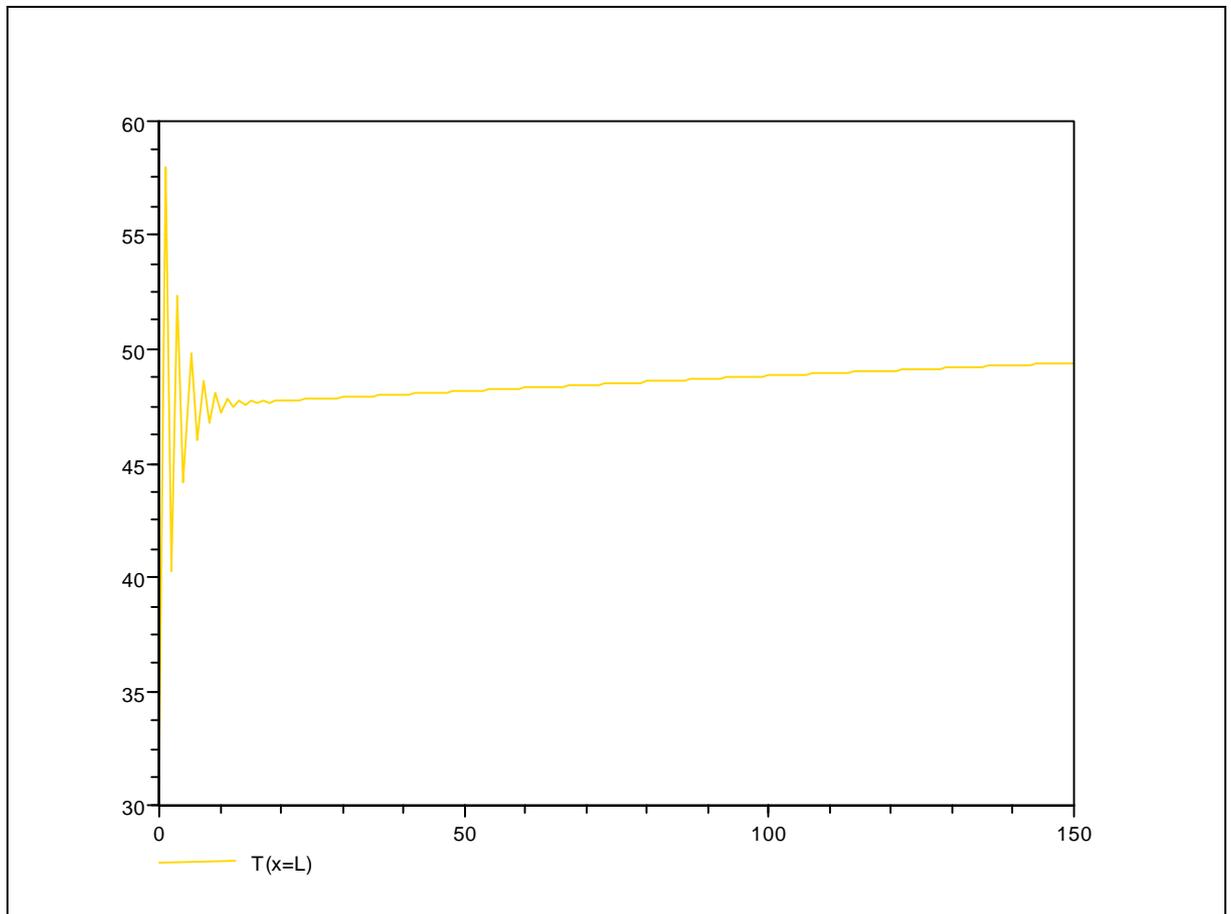


Figure 11: Exemple de perturbations

IV.2.2. Présentation à trois dimensions

On peut avoir une courbe à trois dimensions pour chaque inconnu à savoir le champ de température et celui d'humidité.

Exemple : courbe à trois dimensions du champ de température.

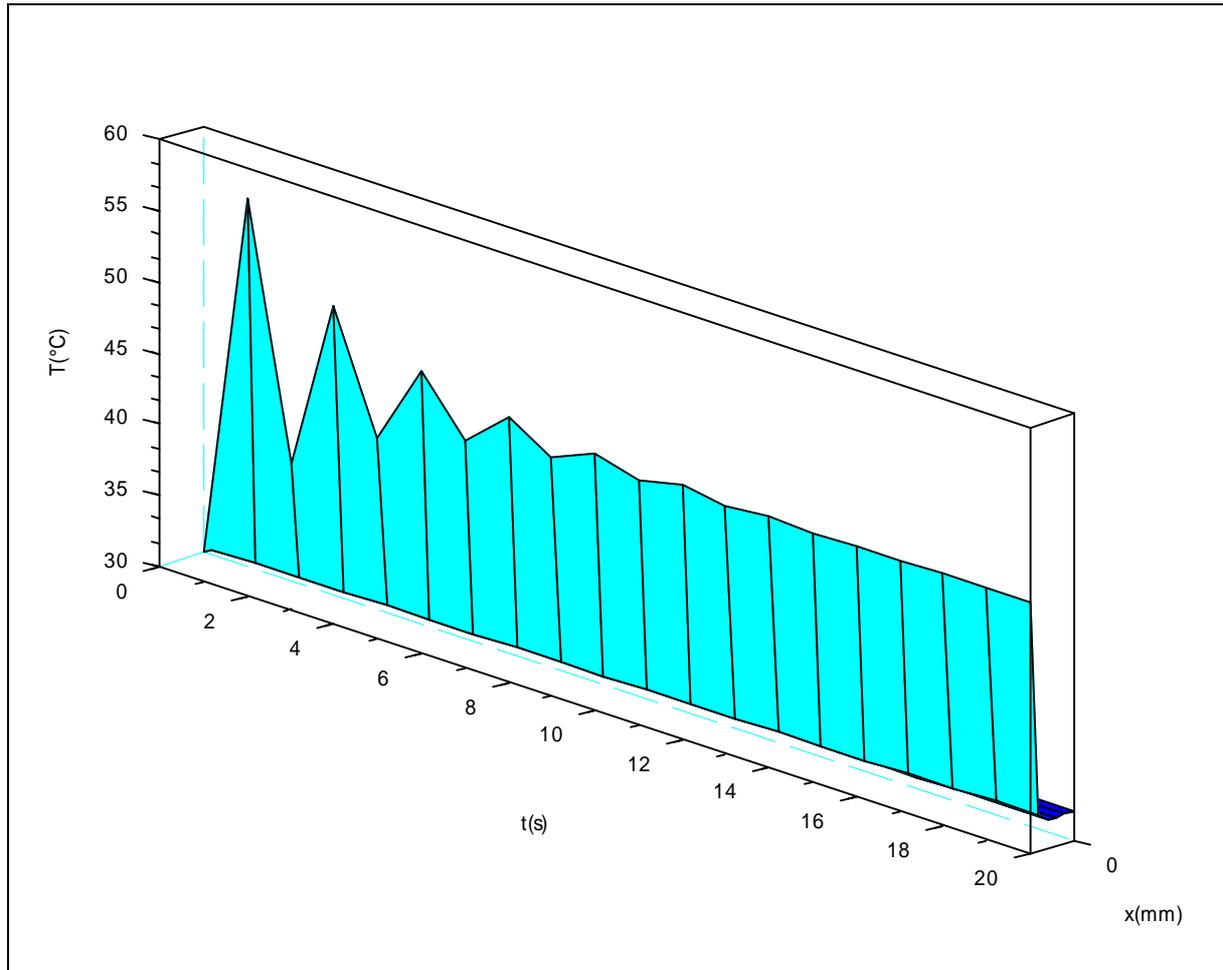


Figure 12: Vue à trois dimension de la température

Mais dans le but de les confronter aux courbes caractéristiques de la cinétique du séchage les résultats seront donnés sous forme de profil.

IV.2.3. La température

IV.2.3.1. Température moyenne

i. profil

Le profil de température qui est obtenu après résolution du système d'équations discrètes se présente comme suit :

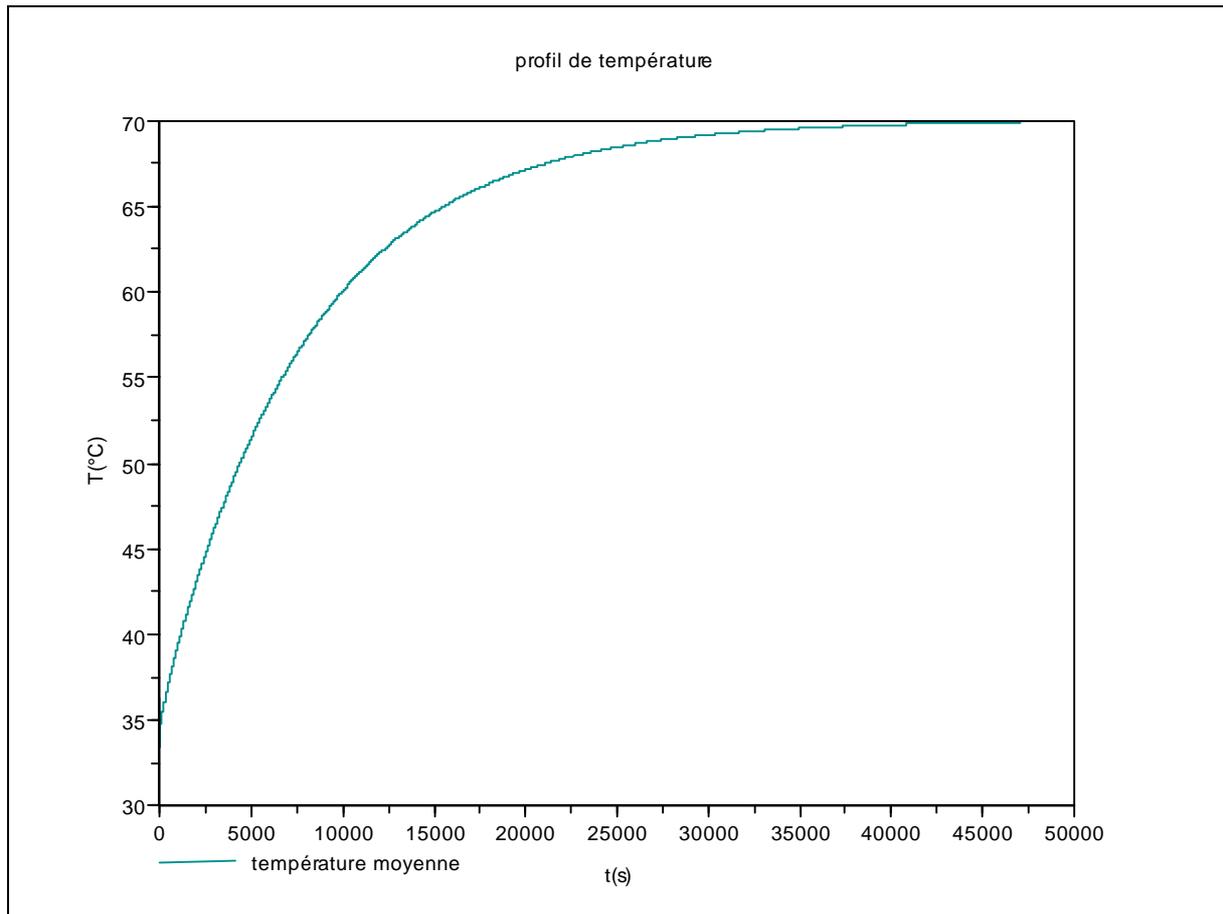


Figure 13: Profil de la température moyenne

ii. observation

Le profil nous montre une évolution de la température vers une limite asymptotique qui est la température de l'air asséchant. Toutefois la courbe ne présente pas les points d'inflexion indicatifs des différentes phases que l'on observe au cours du séchage.

IV.2.3.2. Température par couche horizontale

i. profil

Il s'agit de tracer une famille de courbes $T=T(x)$ avec le temps comme paramètre. Ainsi la figure suivante présente l'évolution de la température dans les différentes couches de la tranche de mangue :

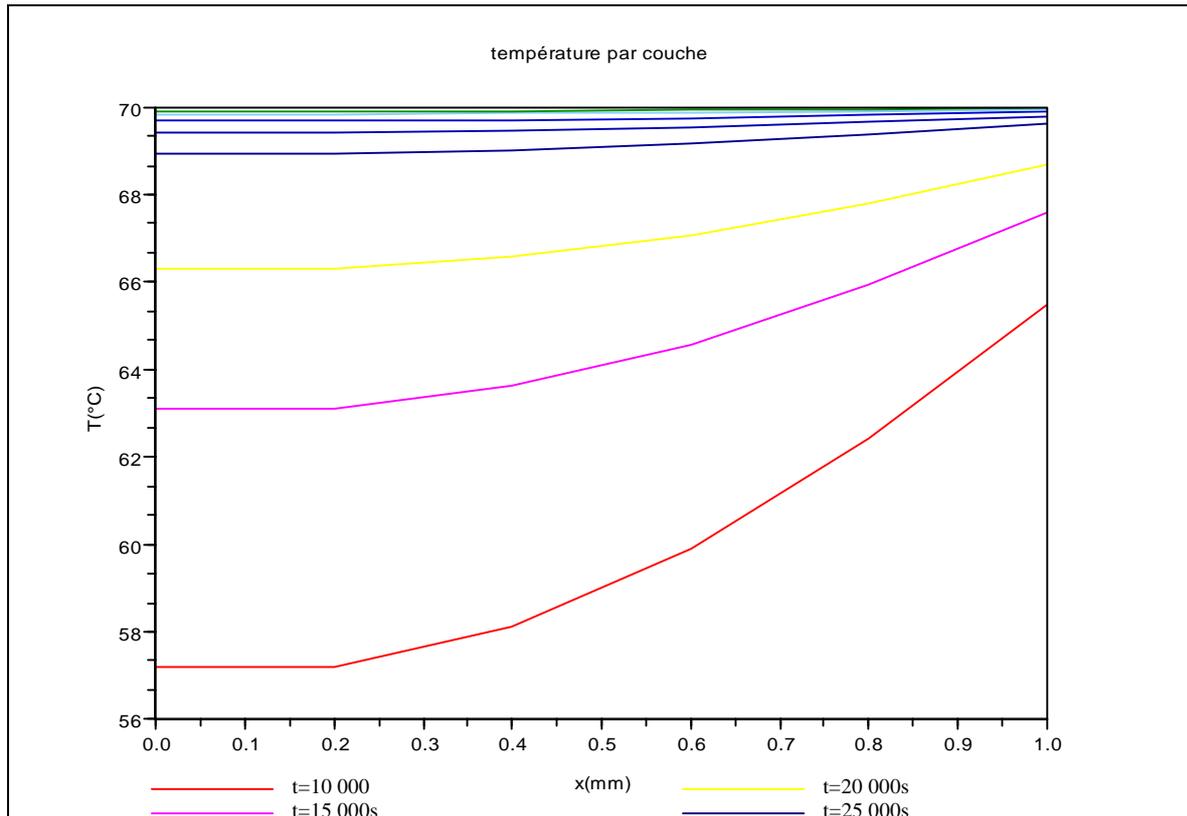


Figure 14: Température par surface horizontale

ii. observation

Les différentes courbes représentent à différents instants une photographie de l'évolution spatiale de la température. La température à la surface libre est toujours plus élevée que celle des surfaces internes de la tranche. Si en début de séchage les profils présentent une grande concavité, on observe que le produit évolue vers un état d'équilibre dans lequel la courbe $T=T(x)$ est pratiquement un segment de droite horizontale. Ce qui veut dire que le gradient de température tend vers 0, on tend donc vers une température uniforme dans le produit.

IV.2.4. L'humidité

IV.2.4.1. L'humidité moyenne

i. le profil

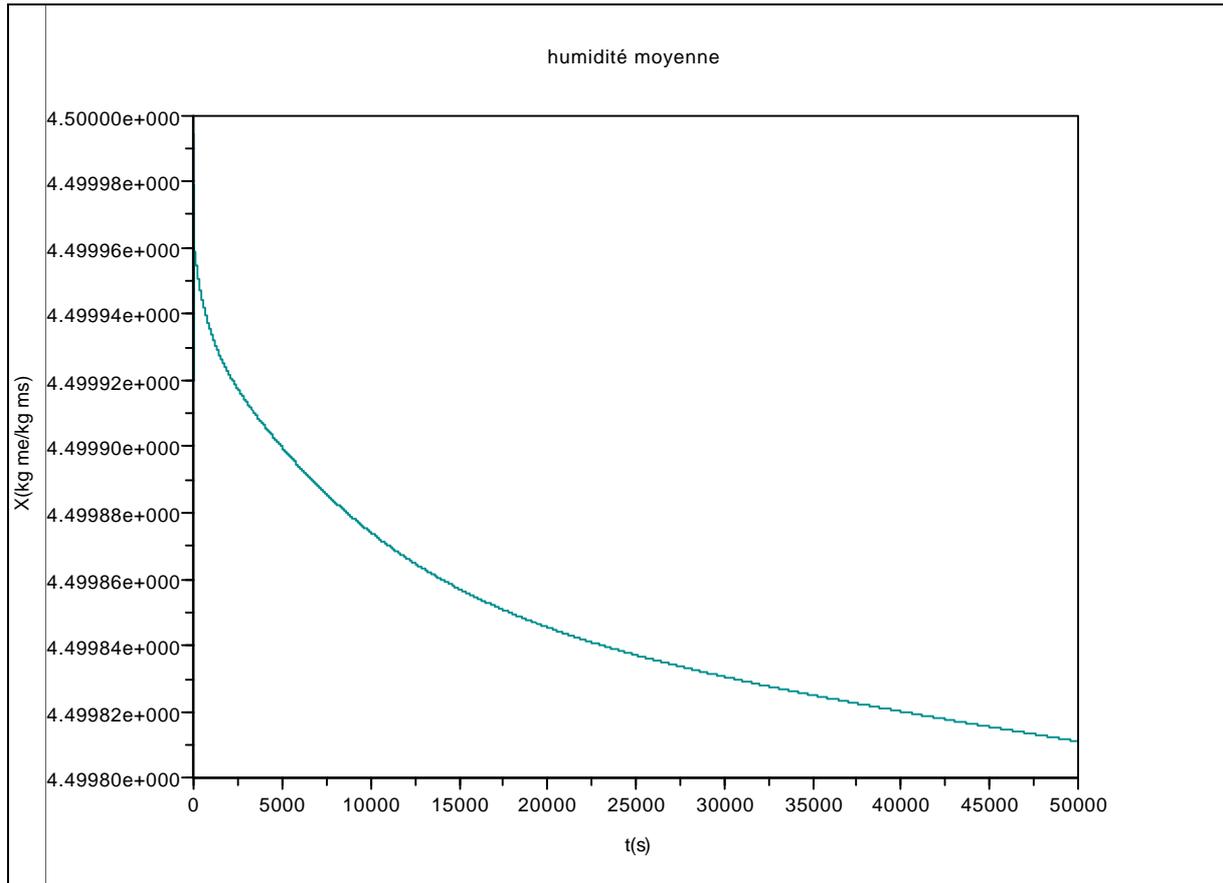


Figure 15: Profil de l'humidité moyenne

ii. observation

La courbe obtenue a une allure décroissante. Mais cette décroissance est très étalée dans le temps. A l'instar de la courbe de la température moyenne, on n'y décèle pas les différentes phases de la courbe caractéristique de la cinétique de séchage.

IV.2.4.2. L'humidité par surface horizontale

i. profil

Avec pour paramètre le temps, les courbes $X=X(x)$ se présentent comme suit :

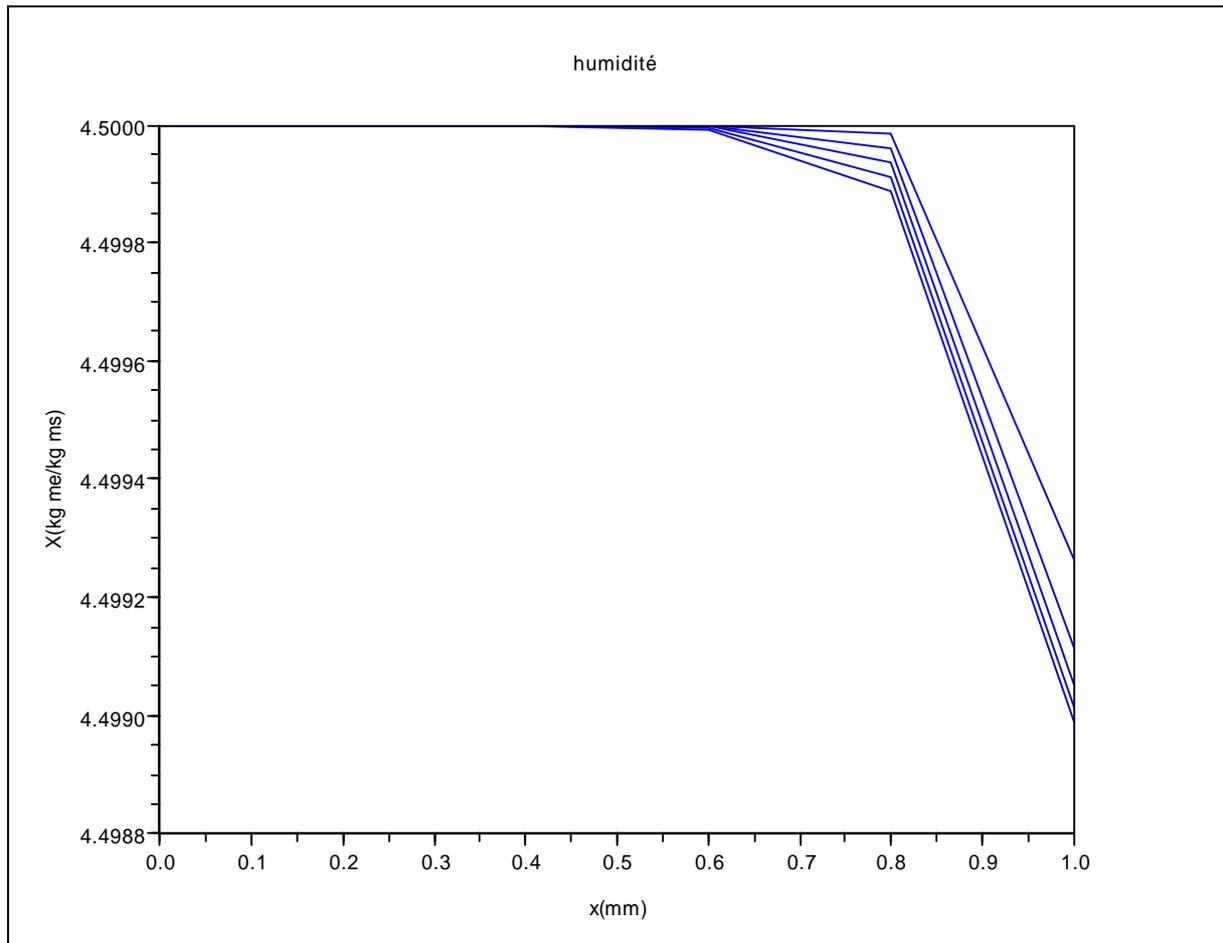


Figure 16: Humidité par surface horizontale

ii. observation

L'humidité au centre du plan vertical ($x=0$) est relativement plus importante qu'à la surface libre ($x=l$). Le gradient d'humidité que cela implique reste très faible. Comme pour le cas de la température vu précédemment, on observe une décroissance du gradient. Ce qui se reflète par un aplatissement de la courbe $X(x)$.

IV.3. Analyse des résultats

Cette analyse doit être menée selon deux niveaux qui sont les points de vue des disciplines ayant guidé tout ce travail de modélisation. Ce sont :

- les mathématiques
- les sciences physiques

IV.3.1. Au niveau mathématique

La question qui se pose de ce point de vue est celle de la stabilité et de la convergence de la méthode. Il faut tout simplement dire que les perturbations et autres pseudo-oscillations sont inhérentes aux méthodes numériques en général, aux méthodes des différences finies en particuliers. Dans notre cas, elles disparaissent après un certain nombre d'itérations. Sans rentrer dans les démonstrations rigoureuses qui sont hors du cadre de notre étude, on peut dire que les pseudo-oscillations sont liées au pas de temps. Ce qui sous-entend qu'un choix judicieux de ce pas minimiserait leur effet.

D'un autre côté, le fait, que les perturbations puissent arrêter le programme de résolution au niveau de l'ordinateur, laisse supposer que le système de Luikov, avec les conditions aux limites et les conditions initiales, est bien posé au sens de Hadamard. Ce qui veut dire que le système admet une solution qu'elle est unique et dépend continûment des données.

IV.3.2. Au niveau physique

Le modèle qui a été étudié tout au long de travail ne correspond pas à la réalité physique. Si le problème ne se pose pas en termes de solutions mathématiques, qui existent toujours même si elles n'ont pas de signification physique, il faut aussi dire que les phénomènes physiques ne sauraient être mises en cause. Ce qui nous ramène à un certain nombre de pistes à savoir :

- i. les hypothèses de mises en équation

On peut citer entre autres :

- l'hypothèse (i) qui revient à négliger les phénomènes de retrait qui sont importants pour les produits organiques.
- l'hypothèse (iii) qui stipule que les propriétés du corps sont constantes, ce qui fait que des paramètres comme la masse volumique et le taux d'évaporation ne sont pas affectés par l'opération de séchage. Alors qu'on a vu que le taux d'évaporation varie de 0 en début de séchage (l'eau migre dans son état liquide) à 1 en fin d'opération (transport de vapeur d'eau).

- ii. Les valeurs des paramètres physiques du corps

On peut prendre l'exemple du coefficient de thermodiffusion qui a été considéré, tout au long de cette étude, nul. Ce qui a retiré du bilan des matières, la part non négligeable de transfert de masse dû au gradient de température.

iii. Les formules empiriques

Elles peuvent sortir de leur domaine de validité au cours même de la simulation. On peut prendre l'exemple de l'équation de l'isotherme de sorption qui lie l'humidité de l'air qui est en contact avec le corps avec son activité de l'eau pour une température donnée. Pourtant la formule qui a été utilisée n'intégrait aucunement la température dans son expression.

En définitive, le modèle qui a été élaboré dans cette étude, ne peut répondre aux objectifs que l'on s'était assigné. Le fait qu'il ne correspond pas à la réalité physique, ne permet pas d'étudier et de prévoir le comportement de la tranche de mangue face aux sollicitations thermophysiques auxquelles est soumise notre produit lors de l'opération de séchage. Cet échec, loin de remettre en cause les travaux de Luikov, s'explique principalement par les considérations ou hypothèses simplificatrices qui ont été faites durant ce travail.

CONCLUSION

Un modèle a été élaboré sur la base de celle proposée par Luikov pour les corps poreux et humide. Toutefois ce modèle ne prend pas en compte les phénomènes importants de thermodiffusion et de retrait volumique. Et toute l'étude a été menée sans recours à l'expérimentation qui est la seule qui puisse permettre d'estimer des paramètres comme la diffusion ou le taux d'évaporation.

La méthode numérique utilisée pour la résolution des équations du modèle et les différentes étapes de la discrétisation ont été détaillées.

La confrontation des courbes caractéristiques obtenue par expérimentations, et ceux obtenue par modélisation numérique ont montré que cette dernière n'est pas acceptable. Ce qui s'explique probablement par le fait que certains phénomènes physiques (retrait,...) aient été négligées.

Un nouveau modèle doit être proposé qui tienne compte des observations faites dans cette étude. Pour ce faire, il devrait être mené en parallèle avec des expérimentations qui permettront de prendre en compte tous les phénomènes et de mieux estimer également les différents coefficients physiques qui sont dans les équations mathématiques de modélisation.

ANNEXES

Annexe I : Equilibre liquide – vapeur de l'eau

ENTREE PAR LES TEMPERATURES

Température (°C)	pression de saturation (bar)	volume massique v_g (m ³ /kg)	enthalpie massique H_g (kJ/kg)	entropie massique S_g (kJ/kg/K)	chaleur de vaporisation L_v (kJ/kg)
0	0,0061	206,3	2500,5	9,1545	2500,5
10	0,0123	106,4	2518,9	8,8995	2476,9
20	0,0234	57,84	2537,3	8,6652	2453,4
30	0,0424	32,94	2555,5	8,4516	2429,3
40	0,0737	19,56	2573,5	8,2553	2406,2
50	0,1233	12,05	2591,3	8,0745	2382,2
60	0,1992	7,68	2608,8	7,9074	2357,9
70	0,3116	5,05	2625,9	7,7526	2333,1
80	0,4736	3,41	2642,5	7,6088	2307,8
90	0,7011	2,36	2658,7	7,4749	2281,9
100	1,013	1,673	2674,4	7,35	2255,5
110	1,433	1,21	2689,6	7,2331	2228,5
120	1,985	0,891	2704,2	7,1236	2200,7
130	2,701	0,668	2718,3	7,0208	2172,2
140	3,614	0,508	2731,8	6,924	2142,9
150	4,76	0,392	2744,5	6,8345	2112,6

Annexe II : Présentation du logiciel SCILAB

SCILAB est un logiciel de calcul numérique développé par l'Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique (INRIA) et distribué gratuitement sur presque tout type d'ordinateurs (PC Windows, Linux, Unix, Macintosh). Scilab possède son propre langage de programmation (très proche de celui de Matlab), de nombreuses fonctions préprogrammées, et des possibilités étendues de visualisation graphique. Il est très simple, très convivial et s'impose de plus en plus comme un outil incontournable dans l'enseignement, la recherche et le développement. Il permet de réaliser des simulations numériques basées sur des algorithmes d'analyse numérique. Il sera donc utilisé pour la résolution approchée d'équations différentielles, d'équations aux dérivées partielles ou de systèmes linéaires, non linéaires, etc...

Principe de travail sous Scilab

Au tout début, Scilab peut s'utiliser simplement comme une calculatrice capable d'effectuer des opérations sur des vecteurs et matrices de réels et/ou complexes (mais aussi sur de simples scalaires) et de visualiser graphiquement des courbes et surfaces. Dans ce cas basique d'utilisation, on a seulement besoin du logiciel Scilab. Cependant, assez rapidement, on est amené à écrire des scripts (suite d'instructions Scilab), puis des fonctions et il est nécessaire de travailler de pair avec un éditeur de texte comme par exemple, emacs (sous Unix Windows), wordpad (sous Windows), ou encore nedit, vi (sous Unix)... les toutes dernières versions Scilab comportent un éditeur.

Où trouver de l'information sur Scilab ?

Pour renseignement consulter la « Scilab home page » : <http://scilabsoft.inria.fr>

A partir de laquelle on a en particulier accès à différentes documentations, aux contributions utilisateurs, etc...

Le « Scilab Group » a écrit (entre fin 1999 et 2001) une vingtaine d'articles dans la revue « Linux magazine ». Ces articles sont consultables à partir de l'url:

<http://www.saphir-control.fr/articles/>

Scilab dispose aussi d'un forum usenet qui est le lieu adéquat pour poser des questions, faire des remarques, apporter une solution à une question préalablement posée : comp.sys.math.scilab

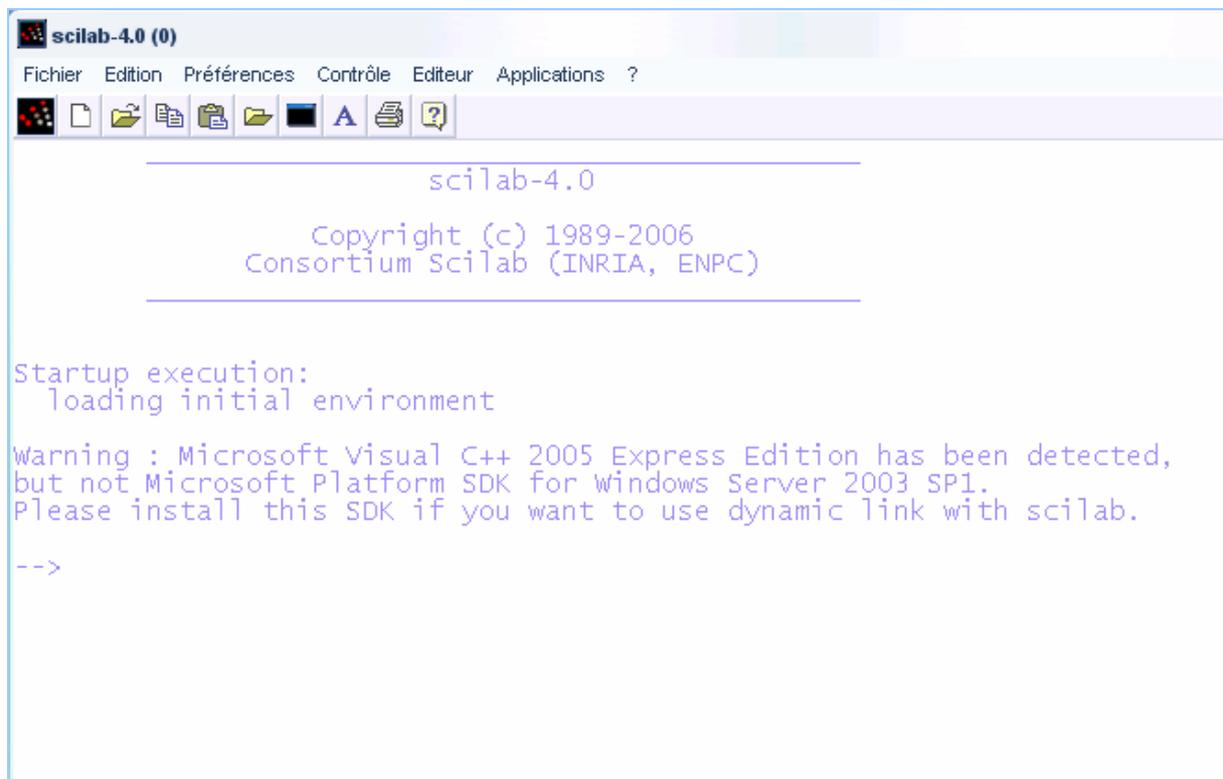
Tous les messages qui ont été postés dans ce forum sont archivés et accessibles à partir de la «home page » Scilab en cliquant sur l'item Scilab newsgroup archive2.

Toujours à partir de la page Scilab, on a accès à un certain nombre de documents en choisissant l'une des deux rubriques Books and Articles on Scilab ou Scilab Related Links.

En particulier:

- l'introduction de B. Ycart (Démarrer en Scilab) ;
- « Scilab Bag Of Tricks » de Lydia E. van Dijk et Christoph L. Spiel;
- une introduction `a l'informatique en Scilab (<http://kiwi.emse.fr/SCILAB/>).

INTERFACE SCILAB



Annexe III : Programme de résolution dans l'environnement SCILAB

```
//résolution du système
//entrée des paramètres du système d'équations

disp("entrer les coefficients de l'équation de la chaleur");
ro=input("rentrez la masse volumique ro:");
Cp=input("rentrez la chaleur spécifique Cp:");
la=input("rentrez la conductivité thermique la:");

disp("entrer les coefficients de l'équation de transfert de masse");
De=input("rentrez la diffusivité");
Lv=input("rentrez la chaleur latente de vaporisation Lv:");

disp("entrer les éléments de discrétisation");
n_max=input("rentrez la valeur de n_max:");
l=input("rentrez la longueur l:");
h=input("rentrez le pas de temps h:");
k=input("rentrez le pas d'espace k:");

disp("entrer les conditions initiales");
f0=input("rentrez la condition initiale T(x,0):");
X0=input("rentrez la condition initiale X(x,0):");

disp("entrer les conditions de chauffage")
Ta=input("rentrez la température de l'air de chauffage Ta:");
Hr=input("rentrez l'humidité relative de l'air Hr:");

disp("coefficient de transfert")
eps=input("rentrez le taux de changement de phase eps:");
hc=input("rentrez le coefficient de transfert de chaleur par convection h:");
hm=hc*(De/la)*((la/ro/Cp)/De)^(1/3);

//appel aux fonctions de maillage
a=la/(ro*Cp);
getf('C:\Documents and Settings\user\Bureau\mscilab\n_mail.sci')
[At,bt,qt,Nt]=mailc(a,la,h,k,l);
getf('C:\Documents and Settings\user\Bureau\mscilab\n_mail.sci')
[Ax,bx,qx,Nx]=mailm(De,ro,h,k,l);

//résolution du système
G=f0*ones(Nt+1,n_max);
F=X0*ones(Nx+1,n_max);
getf('C:\Documents and Settings\user\Bureau\mscilab\new_sci\fraction.sci')
[Ca,Ps]=air(Hr,Ta);
qc=(eps*Lv)/(Cp*h);
Bx=zeros(Nx+1,1);
```

```

Bt=zeros(Nt+1,1);
Xe=0.622*exp(13.951-5198/(f0+273))/(1-exp(13.951-5198/(f0+273)));
for i=1:n_max-1
    Bx(2:Nx)=F(2:Nx,i);
    getf('C:\Documents and Settings\user\Bureau\mscilab\new_sci\fraction.sci');
    [C,ac,Psp]=pdt(F(Nx+1,i),G(Nt+1,i));
    Jm=hm*(C-Ca);
    Jc=hc*(Ta-G(Nt+1,i));
    Bx(Nx+1)=-Jm;
    F(:,i+1)=Ax\Bx;
    df(2:Nt)=F(2:Nt,i+1)-F(2:Nt,i);
    Bt(2:Nt)=G(2:Nt,i)+qc*df(2:Nt);
    Bt(Nt+1)=-((Jc-Lv*(1-eps))*Jm);
    G(:,i+1)=At\Bt;
    Tp=(1/(Nt+1))*cumsum(G(:,i+1));
    Xp=(1/(Nx+1))*cumsum(F(:,i+1));
    Gm(i)=Tp(Nt+1);
    Fm(i)=Xp(Nx+1);
    if Fm(i)-Xe>0.1 then
        break
    end
end
T=G
pause
X=F

```

BIBLIOGRAPHIE

- **DAGUENET M**, 1985, les séchoirs solaires : théorie et pratique, UNESCO, 568 p
- **KANEVCE L, KANEVCE G, and DULIKRAVICH G**, 2005, application of inverse concepts to drying, 44p.
- **FERLIN P**, 2006, Le séchage dans l'industrie : théorie du séchage, dimensionnement de séchoirs, 117p.
- **BÉNAOUDA N et BALHAMEL M**, 2006, Aspect de modélisation et de simulation d'un système de séchage, 8^e Séminaire International sur la Physique Energétique, 7p.
- **DEWITT D, INCROPERA Franck P.**, 1996, Fundamentals of heat and mass transfer, 802p.
- **LENGA J-B**, 2005, Etude et caractérisation des cinétiques et du brunissement de la mangue en cours de séchage, 62p
- **HERNANDEZ J.A, PAVON, G AND GARCIA, M.A**, 2000, Analytical solution of mass transfer equation considering shrinkage for modelling food-drying kinetics. Journal of food engeneering, 45p