

*Institut International d'Ingénierie de L'eau et de
l'environnement*



Institut International d'Ingénierie de l'Eau et de l'Environnement
International Institute for Water and Environmental Engineering

Groupe
EIER-ETSHER



Formation Post-Universitaire en
Eau pour l'Agriculture et l'Approvisionnement des Communautés
(FPU / EAC)

MEMOIRE DE DESS
EN AMENAGEMENT HYDRO AGRICOLE

Thème :

**Variabilité climatique et risque alimentaire :
un modèle d'optimisation stochastique
d'une exploitation agricole Burkinabé**

Réalisé et Présenté

Par Mandé Théophile

Encadreur du mémoire : Dr Bruno Barbier / Cirad

Dédicace

- *A mon père qui n'est plus de ce monde mais qui est toujours présent en moi.*
- *A ma mère mes frères et sœurs pour leurs affections amour et soutiens.*
- *A mes oncles, tantes, cousins, cousines, nièces, neveux pour leurs soutiens multiformes durant tout mon cursus scolaire.*
- *A ma très chère fiancée Fatoumata SONTIE pour son soutien indéfectible et ses encouragements.*

Je vous aime.

Remerciements

Un dicton de chez nous dit :

« Une seule main ne ramasse pas la farine ».

Je me fonde sur cette philosophie pour adresser mes vifs remerciements à toutes les personnes qui ont contribué à la réalisation de ce document en particulier :

A mon encadreur M. Bruno BARBIER pour son entière disponibilité et sa volonté pour l'aboutissement de ce travail.

Aux enseignants de l'Institut International d'Ingénierie de l'Eau et de l'Environnement (2iE) en particulier à Messieurs Yacouba HAMMA, Harouna KARAMBIRI, Moussa Laurent COMPAORE pour avoir partagé leurs connaissances avec nous.

Aux paysans et à toute l'équipe de terrain du projet AMMA de Tougou.

A Tous les camarades étudiants et amis en particulier à Messieurs Malick Zoromé, Abouba Bizo pour l'excellence du travail d'équipe et les bons moments passés ensemble.

Sommaire

Remerciements	II
Tableaux.....	IV
Cartes.....	IV
Photos	IV
Figure.....	IV
Introduction	1
I- Présentation du site	2
I-1- Présentation du bassin versant.....	2
I-2-Hydrologie.....	3
I-3 -Le barrage de Tougou	4
I-4-Contexte socio économique	5
II- Contexte et Objectifs de l'étude.....	6
III- La recherche opérationnelle.....	6
III-1 La méthode : la programmation stochastique	6
III-2 les méthodes de résolution avec l'algorithme Decis.....	8
IV- Les données agricoles	14
V- Estimation des probabilités de réalisation des scénarii de la pluviosité.....	19
VI- Les options d'optimisation avec et sans risque	20
VII- Le modèle	22
VIII- Résultats et discussion.....	25
IX- Simulation sur l'eau	29
Conclusion.....	31
Annexes	32

Tableaux

Tableau1: Situation de remplissage de quelques barrages en 2005 et en 2006	5
Tableau 2 : Besoins en eau du riz (saison humide)	16
Tableau 3 : Besoins en eau du riz (saison sèche)	16
Tableau 4 : Besoins en eau maraîchage (saison sèche): Tomate	17
Tableau 5: Besoins en eau maraîchage (saison sèche) pour l'oignon	17
Tableau 6 : Besoin en eau de maraîchage (saison sèche) pour le chou.....	18
Tableau 7: données sur le rendement, les prix des intrants, les prix de vente et d'achat des récoltes.....	18
Tableau 8 : données pluviométriques (1970-2005).....	19
Tableau 9 : Allocation optimale des terres selon la méthode déterministe.....	25
Tableau 10 : valeur marginale et allocation totale en surface et par type de sol, selon la méthode déterministe.....	25
Tableau 11 : valeur marginale, dépenses et allocation totale en eau d'irrigation selon la méthode déterministe.....	26
Tableau 12 : Allocation optimale des terres selon la méthode d'optimisation stochastique...	27
Tableau 13 : quantité de céréale achetée suivant le scénarii et l'algorithme d'optimisation stochastique	27
Tableau 14 : quantité de cultures vendues en optimisation sans risque en kilogrammes.....	28
Tableau 15 : Quantité simulées de céréales vendues suivant le scénario.....	28
Tableau 16 : données fonctions « objectifs » déterministe et stochastique simulées	29
en fonction du disponible en eau	29

Cartes

Carte n°1 : situation géographique du site.....	2
Carte n°2 : Bassin versant de Tougou	3

Photos

Photo n°1 : sous bassin de Bawogo-Pooré.....	4
photo n°2 : sous bassin de Faogodo	4

Figure

Figure n° 1 - Niveau de remplissage du barrage de Tougou.....	Erreur ! Signet non défini.
Figure n°2 : Représentation des fonctions « objectifs » simulées	29

Introduction

L'agriculture occupe une place très importante dans l'économie des pays au sud du sahara. Elle est cependant confrontée à de multiples contraintes dont la principale est l'insuffisance ou l'irrégularité de la pluviosité.

L'agriculture pluviale (sans apport d'eau autre que celui des précipitations) est la principale activité des paysans sahéliens mais elle est très contraignante, car le plus souvent la répartition des précipitations, dans l'espace et dans le temps, n'est guère avantageuse dans ces régions ayant des régimes de pluie très contrastés. Elle assujettit donc les agriculteurs aux aléas climatiques avec des conséquences souvent catastrophiques pour les récoltes, Pour pallier ces inconvénients, le meilleur moyen que les hommes aient trouvé jusqu'ici a été d'humidifier artificiellement le sol, à l'aide de procédés divers : c'est ce que l'on appelle l'irrigation mais cette irrigation ne se fait pas sans inconvénients ; car, pour irriguer les champs, il faut suffisamment d'eau ; une eau qui déjà insuffisante se raréfie continuellement (faible pluviosité, forte infiltration et évaporation).

Au Burkina Faso, les paysans font des plans de campagne pour réduire les risques inhérents au secteur agricole mais ils ont besoin de prévoir ce qu'ils vont devoir acheter et/ou vendre en cas de mauvaise récolte pour pouvoir satisfaire à leurs besoins alimentaires

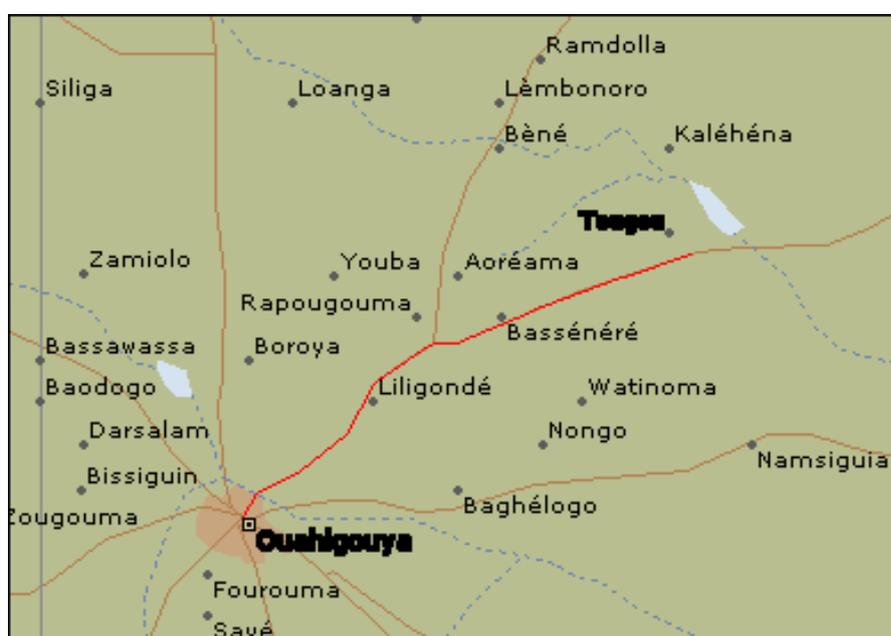
Pour contribuer à la résolution de cette question nous avons appliqué la programmation mathématique stochastique à une exploitation agricole sahélienne. Les simulations permettent de comparer des plans optimaux de production en fonction des saisons. Dans le plan optimal du paysan trois scénarii sont incorporés permettant de réduire le risque de mauvaise récolte Dans les différents cas de figures le modèle proposera un recours aux paysans, à savoir l'achat ou la vente de céréales.

Afin de bien présenter le problème et les résultats attendus, notre travail se présentera comme suit : 1) la présentation du site 2) Les outils de la programmation stochastique 3) le modèle appliqué 4) Résultats et discussion.

I- Présentation du site

Le village de Tougou situé dans le département de Namissiguima est à 23 km de Ouahigouya capitale de la province du Yatenga. Le département de Namissiguima se situe dans la province du Yatenga au nord du Burkina Faso dans la partie sud du sahel. Les coordonnées géographiques du site sont :

- ✓ Latitude : 12° 34 ' 0N
- ✓ Longitude : 2° 27 ' 0W
- ✓ Altitude : 297m

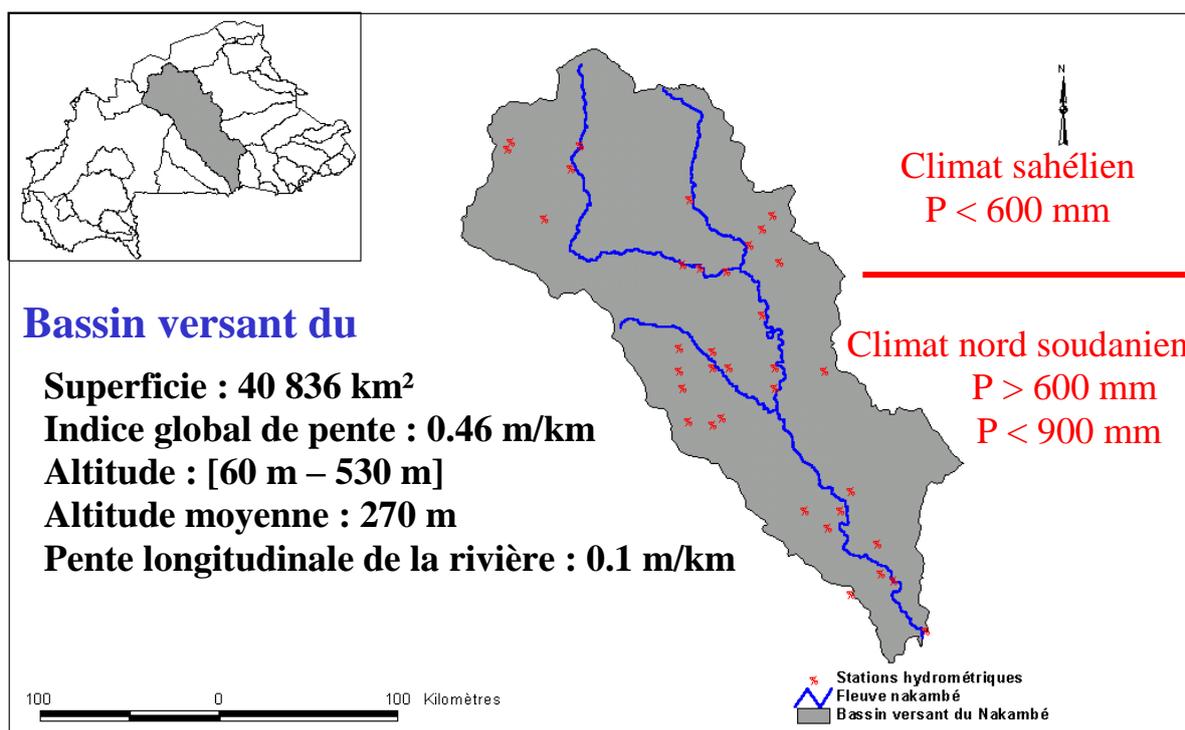


Carte n°1 : situation géographique du site

Le réseau hydrographique de la province est peu important. Le seul cours d'eau majeur, le Nakambé, est temporaire. Il traverse la province à l'est et coule du nord vers le sud, il faut noter l'existence de ressources en eau de surface dans le village de Tougou (la mare de BILONPONGO, la mare de SENDKATA et le cours d'eau de Bouléma utilisé dans la construction du barrage).

I-1- Présentation du bassin versant

Le bassin versant de Tougou d'une superficie de 37km² est situé sur le bassin supérieur du Nakambé. Il est classé dans la catégorie des petits bassins versants ($10 \leq S \leq 200 \text{ km}^2$).



Carte n°2 : Bassin versant de Tougou (source : campagne 2005 tougou : projet AMMA)

Le bassin versant de tougou est fortement cultivé (à environ 95%) et se caractérise par un relief très peu accidenté avec quelques monticules et collines par endroit, d'altitude faible. La morphologie présente une succession de collines (haut glacis) raccordées aux axes d'écoulement (bas-fonds) par de longs glacis.

1-2-Hydrologie

Les résultats préliminaires de la campagne 2004 menée par le 2iE donne au total 42 événements pluvieux enregistrés (période du 08/06/2004 au 19/09/2004) dont 14 de hauteur inférieure à 5 mm, 22 de hauteur comprise entre 5 et 20 mm et 6 de hauteur comprise entre 20 et 45 mm. La pluviométrie annuelle s'élève à environ 260 mm. La lame d'eau annuelle écoulée est de 26 mm, correspondant à un coefficient d'écoulement de 10% pour tout le bassin. A l'échelle de la parcelle, les coefficients de ruissellement sont plus élevés avec une forte variabilité en fonction des états de surface. Ainsi, les coefficients de ruissellement moyens annuels sont de 35% sur les croûtes de dessiccation (DES), de 50% sur les croûtes d'érosion (ERO) et 71% sur les croûtes gravillonnaires (G). Alors qu'en zone de cultures, ils varient entre 4% et 19% sur les différentes parcelles.

Quant à l'érosion hydrique, elle s'élève à 0.5 t/ha à l'exutoire du bassin de Tougou. Sur les parcelles en zone dégradée, elle atteint 42 t/ha sur les croûtes ERO, 57 t/ha sur les

croûtes G et 30 t/ha sur les croûtes DES. Au niveau des parcelles en zone de cultures, les pertes en terre sont en moyenne de 6.5 t/ha.

Photo n°1 : sous bassin de Bawogo-Pooré

photo n°2 : sous bassin de Faogodo



(Source : campagne 2005 tougou : projet AMMA)

I-3 -Le barrage de Tougou

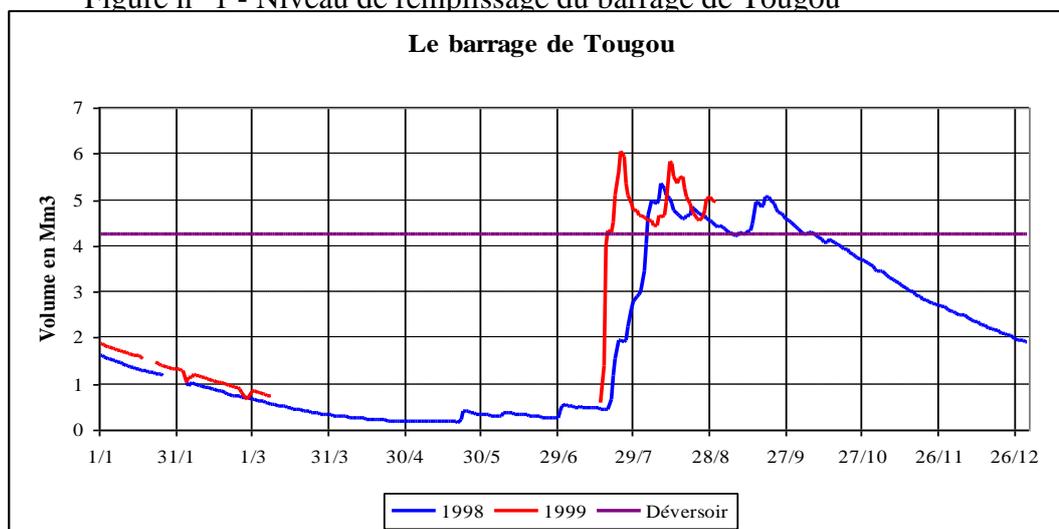
Le barrage de Tougou a une capacité de stockage de 4.27 millions de m³. Il est utilisé pour la riziculture et pour les cultures de contre saison. Ces dernières sont réalisées non seulement dans le périmètre de 10 hectares aménagé en aval; mais aussi autour du plan d'eau en amont de la digue.

Les coordonnées géographiques du barrage de Tougou sont :

- ✓ Latitude : 13°40'51" ON
- ✓ Longitude : 002°12'54" OW

Au niveau de cet ouvrage, au 31 Août 1999, le volume enregistré était de 4.95 millions de m³ soit un taux de remplissage de 117 % contre 4,44 millions de m³ en 1998 à la même date.

Figure n° 1 - Niveau de remplissage du barrage de Tougou



Source : situation de la campagne agropastorale 2006/2007 : MAHRH

Les résultats de ces dernières années est satisfaisant avec un bon taux de remplissage et un déversement soutenu, parfois excessif qui peut entraîner la destruction des cultures en aval (enquêtés, cf. tableau suivant)

Situation hydrologique

Tableau1: Situation de remplissage de quelques barrages en 2005 et en 2006

NOM BARRAGES	CAPACITE Mm ³	volume stocké en Mm ³ au 31/08/2006		Taux de remplissage		Observations
		2005	2006	2005	2006	
Bassin du Nakanbé						
Ouahigouya	3,05	1,118	1,166	36,65	38,22	
Tougou	4,27	4,75	5,1	111,24	119,43	déverse
Goinré	11,2	4,746	7,322	42,37	65,37	
Toécé	90,6	107,45	111,07	118,59	122,59	déverse

Source : situation de la campagne agropastorale 2006/2007 : MAHRH

I-4-Contexte socio économique

La population de Tougou en majorité paysanne était estimée à 3854 habitants en 1999 (EIER-ETSHER 1999). L'agriculture est la principale activité de cette population mais aussi l'élevage et plus accessoirement la pêche, l'apiculture, la poterie et l'orpaillage. Dans la province du Yatenga, la pluviométrie varie entre 400 à 700 mm répartie sur 4 à 5 mois (juin à septembre). Les pluies sont souvent trop espacées pendant la période des cultures. Il peut pleuvoir 40 mm en un seul jour et ensuite rien pendant 15 jours. La température moyenne est de 35 degrés.

Dans le Sahel les céréales (mil, maïs, sorgho, riz) souffrent de stress hydriques et les rendements sont faibles et irréguliers. Un hectare de mil peut produire entre 300 et 1300 kg. Le rendement peut même être nul. Pour semer un hectare de mil, il faut 5 kg de semences; au Yatenga, il faut parfois re-semer car les parasites et le manque de pluies après le semis font échouer la culture.

La mécanisation est quasi inexistante, la traction animale est encore peu développée par manque de moyens financiers pour acheter et nourrir les bêtes et acquérir le matériel nécessaire. La protection phytosanitaire est problématique par manque de connaissances et d'argent, de plus des produits souvent périmés ou trafiqués sont vendus et leurs effets sont nuls ou très aléatoires.

Les sols sont pauvres, souvent érodés, lessivés par les pluies torrentielles qui ravinent et emportent le peu de matière organique. Le taux de matière organique varie entre 0.5 et 1 %. Dans la zone de Tougou on rencontre plusieurs types de sols dont les plus fréquents sont :

- Les sols limoneux
- Les sols argileux au niveau des bas-fonds
- Les sols sablo limoneux sur le glacis
- Un recouvrement gravillonnaire sur les têtes du bassin et les collines
- Les sols latéritiques en profondeur

II- Contexte et Objectifs de l'étude

Le modèle que nous présentons simule sur le comportement d'une ferme du Burkina Faso. Notre objectif est de déterminer selon les scénarii (bonne, moyenne, mauvaise) de la saison des pluies le revenu maximal que peut espérer un paysan sahélien et, en cas de mauvaise saison déterminer les différents recours qu'il pourrait utiliser dans le but de s'alimenter.

Plusieurs objectifs techniques sont visés à savoir :

- Améliorer la prise de décision des paysans.
- Evaluer les nouvelles technologies de production
- Evaluer les différents recours en cas de sécheresse
- Améliorer la gestion des périmètres irrigués.

III- La recherche opérationnelle

La recherche opérationnelle est cette partie de la Mathématique appliquée qui cherche à représenter une situation réelle par un modèle mathématique, puis à identifier les meilleures décisions dans le modèle en espérant qu'elles seront aussi les meilleures dans la réalité. La situation est modélisée par des contraintes, dont le but est de séparer le possible de l'impossible. Usuellement, les décisions sont évaluées à l'aide de fonctions dites « objectifs » de type économique. On se ramène donc à trouver le minimum ou le maximum d'une fonction objectif parmi les solutions qui respectent les contraintes.

III-1 La méthode : la programmation stochastique

La notion d'incertain a été modélisée pour la première fois par Zadeh à la fin des années soixante (Zadeh 1965). La programmation stochastique (PS) a fait l'objet d'une abondante littérature dans les années soixante-dix (Kall P 1976, Sengupta 1972 et Wets R 1983). La PS a pour but de faciliter la modélisation et la résolution de problèmes comportant des données incertaines. Les applications à l'agriculture du Sahel sont plus tardives (Barbier et al. 2000, Ouedraogo 2005, Ruijs et al. 2001).

Par contre il n'existe pas à notre connaissance de modèle d'optimisation stochastique intégrant le secteur de l'agriculture irriguée au Sahel.

- Dans le cadre de ce travail la démarche suivante a été adoptée :
- Détermination des outils mathématiques utiles pour ce travail
- Réalisation du modèle stochastique à travers l'élaboration des équations stochastiques et non stochastiques, le choix de l'algorithme et du solveur,
- Enquêtes sur le terrain pour déterminer les composantes du modèle (hydrologique, pédologique agronomique, techniques culturales) et enfin
- Rechercher les données météo du site pour estimer la loi de probabilité de la pluviosité de la zone afin de situer nos scénarii (bonne, moyenne, mauvaise).

Nous avons utilisé le logiciel GAMS (General Algebraic Modeling System) développé par la Banque Mondiale (Brooke et al. 1998) afin de faciliter la formulation des modèles de programmation mathématique. GAMS est conçu pour la résolution des problèmes linéaires, non linéaires et des problèmes d'optimisation en nombre entier. Le langage est facile à utiliser et peut être importé aisément d'un environnement informatique à un autre. . Le solveur MINOS (Modular In-core Non-linear Optimization System) est inclus dans GAMS. Il accepte aussi des énoncés de programmation non linéaire très complexes.

L'utilisation de l'algorithme DECIS directement avec GAMS dispense l'utilisateur d'une programmation laborieuse. Decis facilite la formulation du problème. Le lien entre GAMS et Decis a été fait de telle sorte qu'aucune extension du langage de GAMS n'est pas nécessaire pour exécuter la formulation et la solution de programmes stochastiques. (Gerd Infanger et al. 1999)). Decis résout les modèles en utilisant deux stades de décomposition. Les caractéristiques du problème stochastique qui utilise GAMS/Decis ont les composants suivants :

- le modèle déterministe
- les caractéristiques des niveaux de décision
- les caractéristiques des paramètres aléatoires et la mise en place des paramètres de DECIS.

Un modèle est déterministe s'il ne fait pas appel au calcul de probabilité. L'utilisation de Decis avec GAMS permet de transformer facilement un modèle déterministe en un modèle stochastique. Le bloc stochastique est celui dans le quel nous tenons compte des notions aléatoires du modèle. En effet dans la programmation stochastique tous les scénarios sont définis avec des probabilités.

III-2 les méthodes de résolution avec l'algorithme Decis

Decis résout deux étapes de programme linéaires avec recours :

$$\begin{aligned} \max z &= \mathbf{c}\mathbf{x} + \mathbf{E}\mathbf{f}^w\mathbf{y}^w \\ \mathbf{A}\mathbf{x} &= \mathbf{b} \\ -\mathbf{B}^w\mathbf{x} + \mathbf{D}^w\mathbf{y}^w &= \mathbf{d}^w \\ \mathbf{x}, \mathbf{y}^w &\geq 0, \mathbf{w} \in \Omega \end{aligned}$$

Où \mathbf{x} représente le premier niveau de décision

\mathbf{y}^w le second niveau de décision des variables

\mathbf{c} et \mathbf{f}^w représentent respectivement les coefficients de la première et de la deuxième étape au niveau de la fonction objectif.

\mathbf{A} et \mathbf{B} représente les coefficients

\mathbf{B}^w , \mathbf{D}^w , \mathbf{d}^w représentent les paramètres de contraintes de second niveau où la transition \mathbf{B}^w couple les deux niveaux.

\mathbf{D}^w est la matrice de recours. Les paramètres du premier niveau sont connus de manière certaines.

Les paramètres du second niveau sont ceux pris au hasard avec une probabilité $p(w)$, $\mathbf{w} \in \Omega$ où Ω désigne l'ensemble des états de la nature.

Au moment où le premier niveau de décision \mathbf{x} a été élaboré, le second niveau de paramètres est connu avec une probabilité $p(w)$. Lorsque \mathbf{x} est déjà déterminé un autre paramètre du second stade sera connu et le second stade de décision \mathbf{y}^w est accompli et basé sur la connaissance de l'état de la nature (w). L'objectif est de trouver une décision possible \mathbf{X} qui maximise le revenu total espéré, la somme du revenu du premier stade et les revenus espérés au second stade.

Pour une distribution discrète des paramètres aléatoires, le modèle stochastique linéaire peut être représenté par un modèle linéaire déterministe équivalent.

$$\begin{aligned} \max z &= \mathbf{c}\mathbf{x} + p^1\mathbf{f}^1\mathbf{y}^1 + p^2\mathbf{f}^2\mathbf{y}^2 + \dots + p^w\mathbf{f}^w\mathbf{y}^w \\ \mathbf{A}\mathbf{x} &= \mathbf{b} \\ -\mathbf{B}^1\mathbf{x} + \mathbf{D}^1\mathbf{y}^1 &= \mathbf{d}^1 \\ -\mathbf{B}^2\mathbf{x} + \mathbf{D}^2\mathbf{y}^2 &= \mathbf{d}^2 \\ &\dots \\ \mathbf{x} + \mathbf{D}^w\mathbf{y}^w &= \mathbf{d}^w \\ \mathbf{X}, \mathbf{y}^1, \mathbf{y}^2, \dots, \mathbf{y}^w &\geq 0, \end{aligned}$$

Pour mieux comprendre la nature des deux niveaux de décision la représentation suivante est souvent utilisée.

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathbf{c}x + E z^w(\mathbf{x}) \\ \mathbf{A}x \quad & = \mathbf{b} \\ \mathbf{X} \quad & \geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

Où

$$\begin{aligned} z^w(\mathbf{x}) &= \min \mathbf{f}^w \mathbf{y}^w \\ \mathbf{D}^w \mathbf{y}^w &= \mathbf{d}^w + \mathbf{B}^w \mathbf{x} \\ \mathbf{y}^w &\geq \mathbf{0}, w \in \Omega = \{1, 2, \dots, w\} \end{aligned}$$

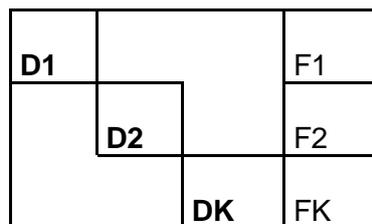
Résolution du problème espéré

Dans le « problème espéré » les paramètres stochastiques sont remplacés par leur espérance mathématique. Résoudre le problème espéré pourrait être utile en soi (par exemple comme un moyen de comparer la solution obtenue pour résoudre le problème stochastique). Il pourrait également apporter un bon début de solution à la résolution du problème stochastique. DECIS résout le problème espéré en utilisant la décomposition de Bender.

Décomposition de Bender

Dans la méthode de la décomposition de Bender (BD) (Bender 1962), le procédé principal doit choisir les variables complexes dans le problème original, de sorte que le problème original devienne beaucoup plus facile à résoudre quand les variables complexes sont fixées. Le principe consiste à décomposer un problème original en un problème principal (MP) et des sous problèmes (SP). Le problème principal traite des variables de la première étape et les séries de sous problèmes traitent des variables de la deuxième étape. La solution finale du problème original est obtenue en itérant entre ces problèmes jusqu'à obtenir une solution optimale.

La méthode de Bender résout un large spectre de programmes linéaires. Il a une structure spéciale dite structure en blocs Diagonals. L'ensemble des variables de Bender sont subdivisées en deux classes : les variables liées et les variables complexes.



Structure bloc diagonal avec variables liées

D1, D2, DK représentent le bloc des variables complexes, **F1, F2, FK** représentent le bloc des variables liées.

Considérons le problème (P0) suivant :

$$\begin{aligned} \min \quad & c^1 y + c^2 z \\ \text{s.t.} \quad & A^1 y + A^2 z \geq b \\ & y \in Y, z \geq 0 \end{aligned}$$

Où y représente la variable complexe

Pour y fixé le problème (P0) devient un problème linéaire en z (P1)

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & c^1 y + c^2 z \\ \text{s.t.} \quad & A^2 z \geq b - A^1 y \\ & z \geq 0 \end{aligned}$$

Le problème dual de (P1) obtenu est

$$\begin{aligned} \max \quad & u(b - A^1 y) + c^1 y \\ \text{s.t.} \quad & u A^2 \leq c^2 \quad (1) \\ & u \geq 0 \quad (2) \end{aligned}$$

On obtient ainsi le problème maître de Bender suivant :

$$\begin{aligned} \min \quad & \beta \\ \text{S.t.} \quad & \beta \geq c^1 y + u(b - A^1 y) \quad \forall u \in U \\ & 0 \geq v(b - A^1 y) \quad \forall v \in V \end{aligned}$$

Où

U : ensemble des points extrêmes définis en (1) et (2)

V : Ensemble des directions extrêmes des points u définis en (1) et (2)

Définitions

Point extrême : p est un point extrême d'un ensemble convexe C , si $p = \lambda x_1 + (1 - \lambda) x_2$ avec $\lambda \in [0, 1]$, $x_1, x_2 \in C$. Plus simplement les points extrêmes des ensembles convexes sont ceux qui ne se trouvent pas en dessous du segment liant deux autres points quelconques de l'ensemble.

Direction extrême : une direction extrême est une direction qui ne peut pas s'exprimer sous forme d'une combinaison linéaire positive de deux directions distinctes, aussi d est une direction extrême d'un ensemble S si $d = \lambda_1 d^1 + \lambda_2 d^2$; $\lambda_1, \lambda_2 > 0$, d^1, d^2 des directions de S .

L'algorithme de Bender

- Première étape : initialisation : $\beta_1 \rightarrow -\infty$, $K \rightarrow 1$, le sous ensemble de points extrêmes $U^0 \rightarrow \emptyset$, et le sous ensemble des directions extrêmes $V^0 \rightarrow \emptyset$, ainsi on prend un point quelconque $y^1 \in Y$.
- Deuxième étape : on applique la méthode du simplex au sous problème précédent **PD(k)**. Si **PD(k)** est illimité, prendre la direction V^k obtenu à partir de l'algorithme précédent comme direction extrême et passez à l'étape 3. Si **PD(k)** est borné prendre U^k comme point extrême optimal et passez à l'étape 3.
- Troisième étape : détermination des directions
Ajouter V^k au sous-ensemble des directions extrêmes
 $V^k \leftarrow V^{k-1} \cup \{V^k\}$, $U^k \leftarrow U^{k-1}$ et passez à l'étape 5.
- Quatrième étape : détermination des points extrêmes
Si $\beta^k \geq C^1 Y^k + U(b - A^1 Y^k)$, résoudre **P1(y^k)** pour z^k et on arrête. Le couple (y^k, z^k) est optimal pour le problème P0 ; sinon ajouter u^k au sous ensemble des points extrêmes U^k ;
 $U^k \leftarrow U^{k-1} \cup \{U^k\}$; $V^k \leftarrow V^{k-1}$
- Cinquième étape : le problème maître (M)
Min β
S.t. $\beta \geq c^1 y + u(b - A^1 y) \quad \forall u \in U^k$
 $0 \geq v(b - A^1 y) \quad \forall v \in V^k$
 $y \in Y$,
Si M est impossible, arrêter ; le problème P0 est impossible
Si M est borné prendre (β^{k+1}, y^{k+1}) comme solution optimale.
Si M n'est pas borné, choisir $\beta^{k+1} = \beta^k$ et $y^{k+1} = y$ avec y satisfaisant à la condition suivante
 $0 \geq v(b - A^1 y) \quad \forall v \in V$
 $k \leftarrow k+1$ et on recommence à l'étape 1

Les méthodes de Monte Carlo

Les méthodes de Monte Carlo développées en 1944 font appel aux nombres aléatoires pour résoudre un problème (notons que des expériences antérieures avaient déjà fait appel aux nombres aléatoires pour la résolution de certains problèmes)

Ce sont des méthodes de nature statistique, et elles constituent un outil mathématique très général, dont le champ d'application est très vaste ; les problèmes résolus sont, entre autres : intégration d'équations différentielles, inversion de matrice, transport de particules (telles que neutrons, électrons, photons), mécanique des fluides, mathématiques financières.

Pour chaque application, ou suivant la nature du problème envisagé, la méthode de Monte Carlo employée a ses propres caractéristiques ; le seul point commun entre elles est l'utilisation de nombres aléatoires pour décrire le caractère stochastique des phénomènes ou pour résoudre des problèmes plus complexes, ne pouvant être traités directement, de manière efficace (par exemple, intégration d'équations différentielles avec des conditions aux limites non-homogènes). Les résultats obtenus par une méthode Monte Carlo sont exacts au sens statistique, c'est-à-dire qu'ils présentent une certaine incertitude qui diminue avec l'augmentation de la taille des échantillons considérés.

Echantillonnage avec ré échantillonnage par importance (SIR)

L'échantillonnage avec ré échantillonnage par importance (Sampling Importance Resampling ou SIR) est un algorithme de filtrage utilisé très couramment. Il approxime la distribution de filtrage $p(x_k | y_0, \Lambda, y_k)$ par un ensemble de particules pondérées :

$$\left\{ \left(w_k^{(L)}, x_k^{(L)} \right) : L = 1, K, P \right\}$$

Les poids d'importance $w_k^{(L)}$ sont des approximations des probabilités (ou des densités) a posteriori relatives des particules telles que $\sum_{L=1}^P w_k^{(L)} = 1$

L'algorithme SIR est une version récursive de l'échantillonnage par importance. Comme en échantillonnage par importance, l'espérée de la fonction $f(\cdot)$ peut être approximé comme une moyenne pondérée :

$$\int f(x_k) p(x_k | y_0, \Lambda, y_k) d x_k \approx \sum_{L=1}^P w^{(L)} f(x_k^{(L)})$$

La performance de l'algorithme est dépendante du choix des distributions d'importances :

$$\Pi(\mathbf{x}_{0:k} | \mathbf{x}_{0:k-1}, \mathbf{y}_{0:k})$$

La **distribution d'importance optimale** est donnée comme :

$$\Pi(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{0:k-1}, \mathbf{y}_{0:k}) = p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{y}_k)$$

Cependant, la probabilité de transition est souvent utilisée comme fonction d'importance, comme elle est plus aisée de calculer, et cela simplifie également les calculs des poids

d'importance subséquents : $\Pi(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{0:k-1}, \mathbf{y}_{0:k}) = p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{y}_k)$

Le **ré échantillonnage** permet d'éviter le problème de la dégénérescence de l'algorithme. On évite ainsi les situations où tous les poids d'importance sauf un sont proches de zéro. La performance de l'algorithme peut aussi être affectée par le choix de la méthode de ré échantillonnage appropriée. Le ré échantillonnage stratifié proposé par Kitagawa (1996) est optimal en termes de variance.

Un seul pas de ré échantillonnage d'importance séquentiel se déroule de la façon suivante :

Pour $L = 1, K, P$, on tire les échantillons des distributions d'importances :

Pour $L = 1, K, P$, on évalue les poids d'importance avec une constante de normalisation:

$$\hat{w}_k^{(L)} = w_{k-1}^{(L)} \frac{p(y_k | x_k^{(L)}) p(x_k^{(L)} | x_{k-1}^{(L)})}{\pi(x_k^{(L)} | x_{0:k-1}^{(L)}, y_{0:k})}$$

Pour $L = 1, K, P$ on calcule les poids d'importance normalisés:

$$w_k^{(L)} = \frac{\hat{w}_k^{(L)}}{\sum_{J=1}^P \hat{w}_k^{(J)}}$$

On calcule une estimation du nombre effectif de particules comme

$$\hat{N}_{eff} = \frac{1}{\sum_{L=1}^P \left(w_k^{(L)}\right)^2}$$

Si le nombre effectif de particules est plus petit qu'un seuil donné

$$\hat{N}_{eff} < N_{thr},$$

alors on effectue le ré échantillonnage:

Tirer P particules de l'ensemble de particules courant avec les probabilités proportionnelles à leur poids puis remplacer l'ensemble des particules courantes avec ce nouvel ensemble.

Pour $L=1, K, P$ l'ensemble $w_k^{(L)} = 1/P$.

Lien des méthodes de Monte Carlo avec l'algorithme Decis

Decis permet de calculer d'excellentes solutions approximatives par l'utilisation des techniques de la méthode de Monte Carlo. Decis utilise Monte Carlo pour estimer le nombre d'itération en utilisant une méthode indépendante tirée de la distribution aléatoire des paramètres. En utilisant l'échantillon de Monte Carlo, Decis propose une solution proche de la résolution réelle du problème. Decis détermine un intervalle de confiance dans le quel réside la valeur optimale réelle du problème avec une probabilité de 95%. Cette probabilité dépend du coût du second stade du problème stochastique et de la taille de l'échantillon utilisé. Lorsqu'on utilise les techniques d'échantillon de Monte Carlo, on doit tenir compte de la taille de l'échantillon « plus clairement plus la taille de l'échantillon est grande, meilleure sera la solution approximative que Decis calcule », ainsi prendre une taille d'échantillon trop petite, pourrait conduire à un biais dans la détermination de l'intervalle de confiance. La taille de l'échantillon doit être au moins de trente.

La décomposition régularisée

Dans la résolution des problèmes pratiques, le nombre d'itération de Bender peut être un peu grand. Dans le but de contrôler la décomposition, de réduire le nombre d'itération et le temps de résolution Decis utilise la régularisation. Dans ce cas, un terme additionnel du second degré est ajouté à l'objectif du problème majeur représentant le carré de la distance entre la meilleure solution trouvée jusqu'ici (solution réelle) et la variable X . En utilisant ce terme Decis contrôle la distance des solutions dans les différentes itérations de la décomposition. La régularisation est uniquement mise en œuvre lorsqu'on utilise MINOS comme solveur, elle est utile pour les problèmes qui nécessitent un grand nombre d'itérations de Bender.

IV- Les données agricoles

Calcul des besoins en eau des cultures

Il est important d'évaluer les besoins en eau des cultures durant sa période de production qui dépendent du stade phénologique de la culture et de la demande climatique. Les besoins bruts sont influencés par les facteurs climatiques (demande climatique de l'atmosphère) et agronomiques (saturation du sol, perte par infiltration, remplissage des bassins, besoins des plantes).

Besoins de saturation des sols pour le riz

La saturation des sols s'effectuera au début de chaque cycle par une dose de 100 mm correspondant à la capacité au champ.

Pertes par infiltration

Vu la nature du sol, les pertes par infiltration et percolation en situation stabilisée seront prises égales à 1,5 mm/jour.

Evapotranspiration ETP

Le site de Tougou n'ayant assez de données de station de relevé météorologique, les données climatiques de la station de la plus proche ont été considérées pour le présent mémoire. Il s'agit de celle de Ouahigouya. L'évapotranspiration potentiel, prise en compte est celle calculée par la formule de PENMAN.

Coefficient cultural (Kc)

Kc est appelé coefficient cultural. Pour une même culture, sa valeur peut varier fortement au cours du cycle végétatif selon l'activité physiologique, le taux de recouvrement du sol, etc. Elle augmente progressivement du semis à la période de pleine croissance, puis diminue généralement durant la maturation des cultures annuelles. Sa valeur précise devrait être déterminée par expérimentations.

Le développement de la plante peut être divisée en 5 périodes distinctes :

- la plantation ou le semis,
- l'installation du système racinaire,
- la phase de croissance active,
- la phase de migration des réserves (floraison),
- la maturation et la dessiccation.

Les besoins des plantes

Les besoins de plantes dépendent de l'évapotranspiration potentielle (ETP) de la région, du stade phénologique de la plante correspondant à un coefficient cultural, et des apports de pluies. Les besoins nets des plantes sont obtenus en déduisant de l'ETM $ETM = ETP \cdot Kc$ la pluie efficace.

Tableau 2 : Besoins en eau du riz (saison humide)

Besoins en eau du riz (saison humide)														
Mois	juin			juillet			août			septembre			octobre	
Décade	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	
nbre de jrs	10	10	10	10	11	10	10	11	10	10	10	10	10	
ETP (mm)	58,77	58,77	52,37	52,37	52,37	49,33	49,33	49,33	46,53	46,53	46,53	61	61	
Kc	1,15	1,15	1,15	1,15	1,3	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2	1	1	1	
ETM (mm)	67,58	67,58	60,22	60,22	68,08	64,13	64,13	59,2	55,84	55,84	46,53	61	61	
SAT (mm)	100													
Lame d'eau (mm)				50		75		25						
Perc. (mm)	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	
BE Décadaire	182,58	82,58	75,22	125,22	83,08	154,13	79,13	99,2	70,84	70,84	61,53	76	76	
BE Mensuel	265,2			283,5			332,5			203,2			151,8	
Pluies	63,1			134,3			132,0			99,2			26,2	
Pluies efficaces	50,5			107,4			105,6			79,4			21,0	
BE net Mensuel	214,7			176,1			226,9			123,9			130,8	
Efficience Globale	0,7			0,7			0,7			0,7			0,7	
Be brut (mm)	306,7			251,5			324,1			176,9			186,9	
Be brut (m3/ha)	3066,9			2515,4			3241,0			1769,3			1869,1	
BE brut cycle	12461,8													
DFC(l/s/ha)	1,2			1,0			1,3			0,7			0,7	
DMP(l/s/ha)	3,3			2,7			3,5			1,9			2,0	

Tableau 3 : Besoins en eau du riz (saison sèche)

Besoins en eau du riz (saison sèche)														
Mois	décembre			janvier			février			mars			avril	
Décade	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	
nbre de jrs			10	10	10	11	10	10	8	10	10	10	10	
ETP (mm)			53,5	55,5	55,5	55,5	57,0	57,0	57,0	66,6	66,6	66,6	67,5	
Kc			1,15	1,15	1,15	1,3	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	
ETM (mm)			61,5	63,9	63,9	72,2	74,1	74,1	68,4	79,9	79,9	80	81,04	
SAT (mm)			100											
Lame d'eau (mm)					50		50			50				
Percolation. (mm)			15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	
BE Décadaire			176,5	78,9	129	87,2	139,1	89,1	83,36	145	94,9	95	96,0	
BE Mensuel	176,5			294,9			311,5			334,8			96,0	
Pluies	1,1			0,2			0,7			3,0			29,8	
Pluies efficaces	0,9			0,2			0,6			2,4			23,8	
BE net Mensuel	175,6			294,8			310,9			332,4			72,2	
Efficience Globale	0,7			0,7			0,7			0,7			0,7	
Besoins bruts (mm)	250,9			421,1			444,2			474,8			103,1	
Besoins bruts (m3/ha)	2508,7			4210,9			4441,6			4748,0			1031,4	
BE brut cycle	16940,6													
DFC(l/s/ha)	1,0			1,6			1,7			1,8			0,4	
DMP(l/s/ha)	2,7			4,5			4,8			5,1			1,1	

Tableau 4 : Besoins en eau maraîchage (saison sèche): Tomate

Besoins en eau maraîchage (saison sèche): Tomate												
Mois	novembre			décembre			janvier			février		
Décade			3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
nbre de jrs			10	10	10	11	10	10	11	10	10	10
ETP (mm)			53,03	53,5	53,5	53,5	55,5	55,5	55,5	57	57	57
Kc			0,2	0,25	0,5	0,77	1,1	1,25	1,25	0,95	0,8	0,8
ETM (mm)			10,6	13,4	26,7	41,2	61,1	69,4	69,4	54,1	45,6	45,6
SAT (mm)			100									
Lame d'eau (mm)					0		0			0		
Percolation (mm)			15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
BE Décadaire			125,6	28,4	41,7	56,2	76,1	84,4	84,4	69,1	60,6	60,6
BE Mensuel			125,6	126,3			244,9			190,3		
Pluies			1,1	0,2			0,7			3		
Pluies efficaces			0	0			0			0		
BE net Mensuel			125,6	126,3			244,9			190,3		
Efficience Globale			0,7	0,7			0,7			0,7		
Besoins bruts (mm)			179,4	180,4			349,9			271,8		
Besoins bruts (m3/ha)			1794,4	1803,8			3498,9			2718,1		
BE brut cycle										9815,2		
DFC(l/s/ha)			0,7	0,7			1,3			1		
DMP(l/s/ha)			1,9	1,9			3,8			2,9		
DMP(l/s/ha) retenu			3,8									
Quartier hydraulique(ha)			5,3									

Tableau 5: Besoins en eau maraîchage (saison sèche) pour l'oignon

Besoins en eau maraîchage (saison sèche): oignon												
Mois	novembre			décembre			janvier			février		
Décade			3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
nbre de jrs			10	10	10	11	10	10	11	10	10	10
ETP (mm)			53,03	53,5	53,5	53,5	55,5	55,5	55,5	57	57	57
Kc			0,5	0,5	0,75	0,75	0,75	1,025	1,025	1,025	0,875	0,8
ETM (mm)			26,5	26,7	40,1	40,1	41,7	56,92	56,9	58,39	49,8	45,57
SAT (mm)			100									
Lame d'eau (mm)					0		0			0		
Perc. (mm)			15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
BE Décadaire			141,5	41,7	55,1	55,1	56,7	71,9	71,9	73,39	64,8	60,6
BE Mensuel			141,5	151,9			200,5			198,8		
Pluies			1,1	0,2			0,7			3		
Pluies efficaces			0	0			0			0		
BE net Mensuel			141,5	151,9			200,5			198,8		
Efficience Globale			0,7	0,7			0,7			0,7		
Be brut (mm)			202,2	217			286,4			284		
Be brut (m3/ha)			2021,7	2170,5			2864,2			2840,1		
BE brut cycle										9896,5		
DFC(l/s/ha)			0,8	0,8			1,1			1,1		
DMP(l/s/ha)			2,2	2,3			3,1			3,1		
DMP(l/s/ha) retenu			3,1									

Besoins en eau maraîchage (saison sèche): chou												
Mois	novembre			décembre			janvier			février		
Décade		3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
nbre de jrs		10	10	10	11	10	10	11	10	10	10	
ETP (mm)		53,03	53,5	53,5	53,5	55,5	55,5	55,5	57	57	57	
Kc		0,45	0,45	0,45	0,75	0,75	1,025	1,025	0,95	0,875	0,875	
ETM (mm)		23,9	24,1	24,1	40,1	41,7	56,9	56,9	54,118	49,8	49,85	
SAT (mm)		100										
Lame d'eau (mm)				0		0			0			
Perc. (mm)		15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	
BE Décadaire		138,9	39,1	39,1	55,1	56,7	71,9	71,9	69,118	64,8	64,85	
BE Mensuel		138,9	133,2			200,5			198,8			
Pluies		1,1	0,2			0,7			3			
Pluies efficaces		0	0			0			0			
BE net Mensuel		138,9	133,2			200,5			198,8			
Efficienc Global		0,7	0,7			0,7			0,7			
Be brut (mm)		198,4	190,3			286,4			284			
Be brut (m3/ha)		1983,8	1903,1			2864,2			2840,1			
BE brut cycle		9591,3										
DFC(l/s/ha)		0,8	0,7			1,1			1,1			
DMP(l/s/ha)		2,1	2,1			3,1			3,1			
DMP(l/s/ha) retenu		3,1										
Quartier hydraulique(ha)		6,5										

Tableau 6 : Besoin en eau de maraîchage (saison sèche) pour le chou

En se basant sur les enquêtes de terrain et sur la revue de littérature que nous avons fait, nous proposons les données suivantes pour les rendements, le prix d'achat des intrants, le prix de vente et d'achat des céréales.

Tableau 7: données sur le rendement, les prix des intrants, les prix de vente et d'achat des récoltes

	maïs irrigué	maïs bas fond	mil	Sorgho	Sorgho bas fond	Oignon	Pomme de terre	Rizière	Riz de bas fond
Rendement (kg/ha)	2 000	1300	600	500	700	4000	3000	3000	1500
Prix d'Achat des intrants (Fcfa/ha)	35000	2000	2000	2000	2000	95000	95000	120000	25000
Prix de vente céréales (Fcfa/kg)	85	85	85	85	85	90	90	200	150
Prix d'achat céréales (Fcfa/kg)	120	120	126	120	120	300	300	175	175
Superficie totale disponible : 10 hectares									

V- Estimation des probabilités de réalisation des scénarii de la pluviométrie

Dans cette partie nous allons essayer de faire une estimation des probabilités des trois scénarii à partir des données pluviométriques de Ouahigouya aéroport à 30 kilomètres de Tougou.

Tableau 8 : données pluviométriques (1970-2005)

Année	Jan	Fév	Mar	Avr	Mai	Jui	Jui	Août	Sep	Oct	Nov	Déc	TOTAL
1970	0,0	0,0	0,0	0,0	8,5	36,7	194,6	159,4	122,5	0,0	0,0	0,0	521,7
1971	0,0	0,0	3,0	18,1	16,8	61,4	135,5	170,4	73,5	0,0	0,0	2,7	481,4
1972	0,0	0,3	0,0	12,0	38,2	107,0	103,8	136,0	68,2	36,0	0,0	0,0	501,5
1973	0,0	0,0	0,0	12,4	9,3	63,8	125,3	161,8	96,0	8,1	0,3	0,0	477,0
1974	0,0	0,0	1,8	0,0	6,0	45,6	289,1	301,0	70,2	44,5	0,0	0,0	758,2
1975	0,0	0,0	0,0	6,6	15,0	42,7	139,5	293,2	86,2	0,0	0,0	0,0	583,2
1976	0,0	0,0	0,0	0,0	51,3	81,2	119,1	90,5	131,5	46,5	0,0	0,0	520,1
1977	1,8	0,0	0,0	2,5	20,1	46,9	**	128,8	157,2	0,2	0,0	0,0	357,5*
1978	0,0	0,0	24,9	50,4	31,9	146,9	219,9	139,6	105,0	57,3	0,0	0,0	775,9
1979	0,0	0,0	3,5	16,5	0,6	152,5	91,3	117,0	140,6	56,6	0,1	0,0	578,7
1980	0,0	0,0	0,0	7,5	20,0	68,9	228,7	163,9	60,8	26,3	0,0	0,0	576,1
1981	0,0	0,0	2,6	11,0	222,4	82,4	182,0	175,3	105,6	54,8	0,0	0,0	836,1
1982	0,0	0,0	2,7	2,8	42,5	68,2	66,6	129,1	33,2	15,0	0,0	0,0	360,1
1983	0,0	0,0	0,4	5,7	8,0	60,0	110,2	121,5	51,4	1,0	0,0	0,0	358,2
1984	0,0	0,0	0,0	0,5	32,8	24,7	133,1	81,5	97,9	18,8	1,7	0,0	391,0
1985	0,0	0,0	0,0	3,7	7,6	61,9	147,7	133,4	63,8	2,2	0,0	0,0	420,3
1986	0,0	0,0	0,0	1,2	39,8	101,0	127,8	171,7	140,9	8,1	0,0	0,0	590,5
1987	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	123,9	105,7	99,6	131,1	6,1	0,0	0,0	466,4
1988	0,0	0,0	0,0	43,2	0,0	9,2	206,2	294,0	153,6	0,9	0,0	0,0	707,1
1989	0,0	0,0	0,0	0,0	34,2	25,1	147,0	311,2	61,0	33,5	0,0	0,0	612,0
1990	0,0	0,0	0,0	2,6	19,9	23,7	154,2	97,4	75,8	29,5	0,0	0,0	403,1
1991	0,0	0,0	0,0	1,0	64,9	159,4	82,7	229,7	105,9	35,9	0,0	0,0	679,5
1992	0,2	0,0	0,0	0,0	28,1	75,3	183,9	255,0	135,2	5,6	30,2	0,0	713,5
1993	0,0	0,0	0,5	0,0	7,9	123,4	183,1	185,0	65,0	39,0	0,0	0,0	603,9
1994	0,0	0,0	3,8	0,7	62,0	109,2	199,7	281,4	173,3	134,6	0,0	0,0	964,7
1995	0,0	0,0	0,0	35,8	20,9	144,3	76,0	193,1	130,4	12,7	0,0	0,0	613,2
1996	0,0	0,0	0,0	9,4	34,3	35,9	156,2	287,3	191,9	15,4	0,0	0,0	730,4
1997	0,0	0,0	0,0	1,0	29,3	123,8	162,8	161,8	78,2	34,0	0,0	0,0	590,9
1998	0,0	0,0	0,0	2,8	57,4	82,8	167,8	191,4	120,0	49,1	0,0	0,0	671,3
1999	0,0	0,0	0,0	7,4	33,0	42,2	254,4	186,5	139,3	9,7	0,0	0,0	672,5
2000	0,0	0,0	0,0	9,9	47,4	66,8	138,5	214,0	72,3	28,9	0,0	0,0	577,8
2001	0,0	0,0	0,0	2,4	43,1	89,5	217,4	284,2	59,4	37,9	0,0	0,0	733,9
2002	0,0	0,0	0,0	0,0	29,3	62,9	200,3	117,5	104,2	63,6	1,8	0,0	579,6
2003	0,0	0,0	25,2	21,2	19,0	177,2	152,8	231,2	85,0	18,2	0,0	0,0	729,8
2004	0,0	0,0	0,6	7,0	16,7	115,5	126,6	255,8	72,8	1,0	0,0	0,0	596,0
2005	0,0	0,0	6,5	7,7	8,4	170,0	122,9	122,5	185,5	3,5	0,0	0,0	627,0

En effectuant une première analyse simple en considérant un classement de la pluviosité, comme suit :

Bonne pluviométrie : pluie (mm) >600

Moyenne pluviométrie : pluie (mm) \in [500,600]

Mauvaise pluviométrie : pluie (mm) < 500

Nous avons fait cette hypothèse sur la base d'une estimation de la quantité qui entraîne un déversement du barrage (ce qui implique un remplissage du barrage) ainsi les principales références sont les totaux pluvieux des années 1998, 1999 et 2005 dont nous avons fait la moyenne.

De cette hypothèse nous obtenons les probabilités suivantes:

$$P(\text{bonne pluviométrie}) = 0.3 \text{ soit } \frac{11}{36}$$

$$P(\text{moyenne pluviométrie}) = 0.45 \text{ soit } \frac{16}{36}$$

$$P(\text{mauvaise pluviométrie}) = 0.25 \text{ soit } \frac{9}{36}$$

Une autre approche statistique a été faite cependant elle n'a pas donné de résultat probant puisque les différentes courbes réalisées à partir des données ne suivaient pas de loi de probabilité connues. En considérant l'approche du PRESAO sur la prévision climatique et les informations issues de la thèse de Souleymane Ouedraogo (**Ouedraogo 2005**), nous retenons dans le cadre de ce travail les probabilité suivantes $p(s) = 1/3$ avec $S \in \{\text{bonne, moyenne, mauvaise pluviosité}\}$.

VI- Les options d'optimisation avec et sans risque

L'approche déterministe notée **{determin}** qui ne tient pas compte du risque, dans ce cas le problème est résolu en utilisant les valeurs moyennes des différents paramètres et scalaires.

L'approche approximative de DECIS notée **{Decisapprox}** tient compte des options par défaut proposés par Decis dans la résolution, ici Decis propose l'option **Istrat 3**: cette option permet la résolution du problème prévu en utilisant la décomposition de Bender, puis continue et résout le problème stochastique en utilisant l'échantillonnage par importance de monte carlo.

L'approche exacte notée **{Decisexact}** qui comme le nom l'indique consiste à une résolution exacte du problème avec l'algorithme Decis par utilisation de l'option **istrat 4**, cette option permet de résoudre le problème stochastique en énumérant toutes les

combinaisons possibles de réalisations des paramètres aléatoires du deuxième étage. Il vous donne la solution exacte du programme stochastique, cependant cette résolution peut s'avérer être impossible, parce que le nombre de réalisation des paramètres aléatoires peut être infini.

L'approche extensive notée **{extform}** qui transforme le problème initial en un problème dite extensive suivi dans ce cas de l'optimisation avec le solver Cplex en effet :

Considérons le problème suivant à deux stades :

$$\begin{aligned}
 \min \quad & c_1 x + Q(x) \\
 \text{s.t.} \quad & W_1 x = h_1 \\
 & x \geq 0 \\
 \\
 Q(x) = & \sum_{\xi \in \Xi} \text{prob}(\xi) Q(x, \xi) \\
 Q(x, \xi) = & \min c_2(\xi) y \\
 \text{s.t.} \quad & W_2 y = h_2(\xi) - T(\xi)x \\
 & y \geq 0
 \end{aligned}$$

La forme **extensive** de ce problème est :

$$\begin{aligned}
 \min \quad & c_1 x + \sum_{\xi \in \Xi} \text{prob}(\xi) c_2(\xi) y(\xi) \\
 \text{s.t.} \quad & W_1 x = h_1 \\
 & T(\xi)x + W_2 y(\xi) = h_2(\xi), \quad \xi = 1, \dots, \Xi \\
 & y(\xi) \geq 0, \quad \xi = 1, \dots, \Xi \\
 & x \geq 0
 \end{aligned}$$

VII- Le modèle

c : Culture $\in \left\{ \begin{array}{l} \text{mil, mais sorgho, riz pluvial, riz de bas fond,} \\ \text{rizière, pomme de terre, oignon} \end{array} \right\}$

C_m : cultures maraîchers { pomme de terre, oignon }

$P_s(c)$: Prix d'achat des semences

$P_A(c)$: Prix d'achat des cultures pendant la période de soudure

$P_v(c)$: Prix de vente des cultures

$X(c)$: Surface allouée à la culture c

$W(c)$: portion de la production totale vendue

$W_s(c)$: portion de la production totale vendue suivant le scénario

$P_{AUT}(c)$: production autoconsommée

$Y(c)$: Quantité de culture achetée pendant la période de soudure

$Y_s(c)$: Quantité de culture achetée pendant la période de soudure suivant le scénario

land : surface totale disponible

Be : Besoin en eau des cultures

$R(c)$: rendement par culture

$SR(c)$: rendement par culture suivant le scénario

water : quantité d'eau maximal disponible

wat 1 : quantité d'eau disponible pour le riz et le maïs

$L(c)$: Temps nécessaire pour l'entretien de la culture

min req : Besoin alimentaire minimum pour l'Homme (norme FAO) :

POP : nombre total des membres de la famille

sup : surface maximum allouable au riz

BLOC DETERMINISTE

$$\text{profit} = \sum_c P_v(c) * W(c) - \sum_c P_s(c) * X(c) - \sum_c P_A(c) * Y(c)$$

La fonction objectif est définie comme étant égale au prix de vente des céréales [**somme des prix de vente du kg des céréales $P_v(c)$ multiplié par le nombre de kg de céréales $W(c)$**] moins (-) le prix d'achat des intrants [**prix des intrants par hectare $P_s(c)$ * nombre d'hectares emblavés $X(c)$**] + le prix de ce qui est acheté pour la consommation familiale (prix d'achat du kg de céréale $P_A(c)$ * par la quantité de céréales achetées $Y(c)$]

Les contraintes de l'exploitation sont les suivantes :

$$\sum_c X(c) \leq land$$

La somme des superficies utilisées pour chaque culture ($X(c)$) doit être inférieure ou égale à la superficie disponible pour le paysan (**land**).

$$\sum_{C_1} X(C_1) \leq land1$$

$$\sum_{C_2} X(C_2) \leq land2$$

La somme respective des superficies allouées aux maraîchages $X(C_1)$ et à la riziculture $X(C_2)$ est inférieure respectivement aux superficie irrigables (land1) et (land2).

$$\sum_{C_1} Be_{C_1} * X(C_1) \leq WAT1$$

La quantité totale d'eau consommée par le riz et maïs irrigué [besoin en eau par hectare (Be) multiplié (*) par le nombre d'hectares de riz $X(C_1)$] doit être inférieure ou égale à la quantité d'eau disponible (Wat).

$$\sum_{C_2} Be_{C_2} * X(C_2) \leq Water - WAT1$$

La quantité d'eau nécessaire pour l'oignon et la pomme de terre [volume d'eau nécessaire par hectare de ces cultures (Be_{C_2}) multiplié par le nombre d'hectares alloués a ces cultures] doit être inférieure à la quantité d'eau restante après utilisation de l'eau pour le riz et le maïs après la saison des pluies c'est à dire [quantité totale d'eau mobilisée pour l'irrigation ($water$) moins (-) la quantité d'eau déjà utilisée ($wat1$)].

$$\sum_c L(c) * X(c) = pop * N_j$$

Le temps de travail par hectare de cultures multiplié (*) par le nombre d'hectares en culture] doit être inférieur au temps disponible de l'exploitation [nombre de personne disponible (pop) multiplié par nombre de jours de travail par personne N_j].

$$P(c) = R(c) * X(c)$$

La production totale par culture $P(c)$ est égale au rendement $R(c)$ par hectare multiplié (*) par le nombre d'hectares emblavés $X(c)$

$$\sum_c (P(c) + Y(c) - W(c)) \geq \min req * pop * 2$$

La somme des productions totales de céréales [$P(c)$ (+) la quantité de céréale achetée $Y(c)$ moins (-) la quantité vendue $W(c)$] doit être supérieure à la consommation familiale [quantité requise par individu en kg (norme FAO) multiplié par le nombre de personne de la famille ($pop * 2$: car en moyenne 50% de la famille est inactive)] ceci pour assurer l'autosuffisance alimentaire de la famille.

BLOC STOCHASTIQUE

La fonction « objectif » stochastique

$$profit = -\sum_c P_s(c) * X(c) + \sum_s prob(s) * \left(-\sum_c P_A(c) * Y_s(c,s) \right) + \sum_s p(s) * \left(\sum_c P_V(c) * W_s(c,s) \right)$$

Dans la fonction objectif stochastique nous tenons compte des différents scénarios s : (*bonne, moyenne, et mauvaise*) de la pluviosité suivant le scénario (s). **On a donc profit =** [Somme des prix de vente du kg de céréale $P_V(c)$ multiplié par le nombre de kg de céréale $W_s(c,s)$] moins le prix d'achat des semences et produits phytosanitaire [prix d'achat des intrants par hectare $P_s(c)$ multiplié par le nombre d'hectares emblavés suivant le scénario $X(c,s)$ plus le prix des céréales achetées pour la consommation familiale (prix d'achat du kg de céréale suivant le scénario $P_A(c,s)$ multiplié par la quantité de céréale achetée $Y_s(c,s)$ suivant le scénario]

$$\sum_{c,s} (SR(c,s) * X(c,s) + Y_s(c,s) - W_s(c,s)) \geq \min req * POP * 2$$

La production stochastique de céréales [rendement suivant le scénario par hectare $SR(c,s)$ multiplié (*) le nombre d'hectares $X(c,s)$ plus (+) la quantité de céréales achetées suivant le scénario $Y_s(c,s)$ moins (-) la quantité vendue suivant le scénario $W_s(c,s)$ doit être supérieure à la consommation familiale minimale [minimum requis par individu en kg multiplié par le nombre de personne par famille ($pop * 2$ on estime 50% de la famille inactif)] ceci pour assurer l'alimentation de la famille.

VIII- Résultats et discussion

Le modèle déterministe

Le tableau 9 montre les résultats de l'optimisation avec l'algorithme déterministe c'est-à-dire qui ne tient pas compte de la variabilité climatique. Le modèle propose une répartition des surfaces qui permet au paysan d'obtenir un revenu maximum de 269 300 FCFA. Sur les 10 hectares de hautes terres le modèle propose de cultiver seulement 2,6 ha de mil et 1 hectare de sorgho, le reste demeurant en jachère. Sur les 0,6 hectares de bas fond disponible le modèle propose de cultiver du maïs, Les terres de bas fonds sont donc entièrement utilisées. Sur les terres irriguées le modèle propose de cultiver du maïs en saison des pluies et du maraîchage en saison sèche soit 0.15 hectare d'oignon et 0,15 hectare de pomme de terre.

Tableau 9 : Allocation optimale des terres selon la méthode déterministe.

	Niveau optimal (ha)
sorgho	1
Sorgho bas fond	
maïs irrigué	0.3
maïs bas fond	0.6
mil	2.6
oignon	0.15
pomme_ter	0.15
riziere	
rizbaf	

Tableau 10 : valeur marginale et allocation totale en surface et par type de sol, selon la méthode déterministe.

	En dessous du niveau moyen	Niveau moyen	au dessus du niveau moyen	Valeur marginale (Fcfa)
Terres hautes (ha)		4.827	10	
Terre irriguée 1 (ha)		0.300	0.300	79 772
Terre irriguée 2 (ha)		0.300	0.300	449 000
Bas fond (ha)		0.600	0.600	20 272
Temps de travail (j)		120	120	1 840

Le tableau 10 montre que les terres hautes ne sont pas entièrement utilisées. Il reste plus de 5 hectares de jachère. Les terres hautes n'ont donc pas de valeur marginale. Ce paysan ne cultive pas toutes ses terres car il n'a pas assez de main d'oeuvre. Pendant la période d'installation, qui est le goulot d'étranglement de la culture en pluvial, il dispose de 160 jours de travail et les utilise tous, S'il pouvait travailler un jour de plus pendant l'installation des cultures il gagnerait 1 800 FCFA. S'il embauchait quelqu'un il faudrait le payer moins que ce salaire journalier et s'il voulait travailler à l'extérieur il faudrait obtenir

plus que ce salaire journalier. Le travail est donc un facteur limitant de cette exploitation agricole, ce qui est pratiquement la règle en Afrique.

Les terres irriguées sont entièrement utilisées. Un hectare de terre irriguée en plus vaut presque 80 000 FCFA en saison des pluies et près de 450 000 en saison sèche soit au total plus de 530 000. C'est la valeur marginale d'un hectare de terre irriguée dans cette zone. La terre de bas-fond (non aménagées) ne vaut que 20 000 FCFA par hectare car les rendements des cultures de bas-fond sont bien plus faibles que celle des cultures de contre saison. Un hectare irrigué vaudrait donc 30 fois plus qu'un hectare de bas fond.

Concernant la valeur des terres on ne peut toutefois pas conclure qu'il vaut mieux aménager des terres irriguées que des terres de bas fonds. Il faudrait faire le calcul de la perte de surface de bas-fonds inondée par le barrage. La surface inondée est bien plus grande que la surface irriguée. Par ailleurs il faudrait comparer ces chiffres avec ceux d'un bas fond aménagé. Ensuite les terres inondées par le barrage ne sont pas perdues pour l'irrigation vu que les paysans cultivent aussi en amont du barrage lors de la décrue des eaux du réservoir.

Tableau 11 : valeur marginale, dépenses et allocation totale en eau d'irrigation selon la méthode déterministe.

	En dessous du niveau moyen	Niveau moyen	au dessus du niveau moyen	Valeur marginale (Fcfa)
dépenses (FCFA)		67 254	100 000	
Volume Irrigation 2 (m3)		5 400	6000	
Rotation (ha)				175 000

Le capital que nous avons proposé à cette exploitation (100 000 Fcfa) n'est pas entièrement utilisé. De même l'eau n'est pas entièrement utilisée. La contrainte de rotation coûte cher (175 000Fcfa / hectare) car le paysan ne peut cultiver de l'oignon sur la même parcelle deux années de suite. Il doit donc mettre de la pomme de terre qui est un peu moins rentable.

Résultats du modèle stochastique

Les résultats changent si on tient compte du risque climatique (tableau 12). Les changements sont l'extension du mil au détriment sur sorgho sur les terres hautes. Le sorgho disparaît presque. Le sorgho résiste moins bien à la sécheresse que le mil. Le modèle choisit donc de privilégier le mil pour éviter d'avoir à acheter des céréales fort coûteuses en cas de sécheresse. Dans le bas fond le modèle choisit aussi de substituer le sorgho au maïs. En cas de sécheresse ou d'inondations le sorgho résiste mieux que le maïs. Le modèle a donc pris une position défensive.

Tableau 12 : Allocation optimale des terres selon la méthode d'optimisation stochastique.

Cultures	Sorgho	Sorgho bas-fond	Maïs irrigué	Maïs bas-fond	Mil	Rizière	Riz bas fond	Oignon	Pomme de terre
Surface (ha)	0.24	0.6	0.3		3,6			0.15	0.15

- **Achats**

Suivant l'algorithme déterministe aucun achat de céréale n'est proposé, ainsi le paysan arrive à assurer l'alimentation totale de sa famille à partir de ces récoltes. En optimisation avec risque contrairement au cas déterministe le modèle propose au paysan l'achat de 84 kilogrammes de sorgho et de 599 kilogrammes de mil en cas de mauvaise pluviosité. Ces achats permettront au paysan d'assurer l'alimentation de sa famille en cas de sécheresse.

Tableau 13 : quantité de céréale achetée suivant le scénarii et l'algorithme d'optimisation stochastique

Cultures suivant le scénario de la pluviosité	niveau optimal (Kg)
sorgho above	
Sorgho average	
sorgho below	84
mil. above	
mil. average	
mil. below	599

La vente

En plus de la pomme de terre et l'oignon produit pour la vente, une partie du mil et du maïs est vendue ces quantités étant égale respectivement à 468 kilogrammes et 742 kilogrammes représente le reste des céréales après satisfaction totale des besoins alimentaire de la famille du paysan.

Tableau 14 : quantité de cultures vendues en optimisation sans risque en kilogrammes

	Niveau optimal (kg)
sorgho	374
Sorgho bas fond	
maïs irrigué	600
maïs bas fond	780
mil	
oignon	600
Pomme de terre	450
riziere	
rizbaf	

Tableau 15 : Quantité simulées de céréales vendues suivant le scénario

Cultures suivant le scénario de la pluviosité	niveau optimal (Kg)
sorgho above	36
Sorgho avg	
sorgho below	
sorghobaf above	546
Sorghobaf avg	420
sorghobaf below	252
maïsir. above	840
maïsir. average	600
maïsir. below	480
mil. above	843
mil. average	482
mil. below	

Pour toutes les céréales la quantité vendue décroît de la bonne année à la mauvaise année ainsi pour le mil en bonne année la vente s'élève à 843 kilogrammes tandis qu'en mauvaise année elle est nulle. Ceci s'explique par la baisse des rendements des cultures et le besoin d'assurer l'autosuffisance alimentaire de la famille

Le revenu stochastique obtenu est de 227 000 FCFA soit 42 000 FCFA de moins que le revenu déterministe. La prise en compte du risque réduit le revenu de 15% ce qui est normal. Le paysan aura un revenu plus faible mais plus stable.

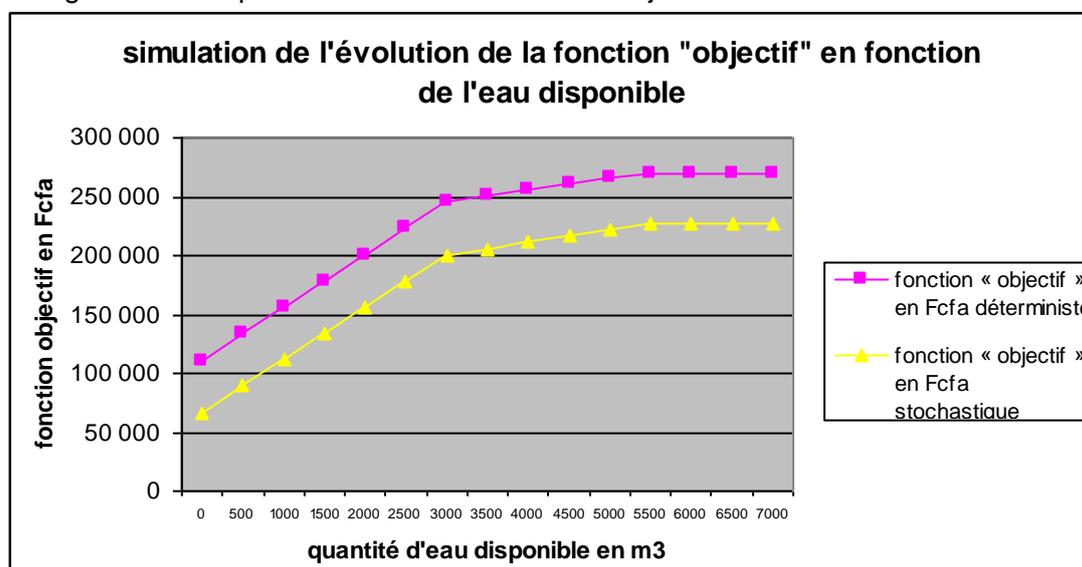
IX- Simulation sur l'eau

Le tableau 16 donne les résultats des simulations effectuées par rapport à l'évolution de la quantité disponible dans la retenue pour l'irrigation

Tableau 16 : données fonctions « objectifs » déterministe et stochastique simulées en fonction du disponible en eau

volume simulé en m3	fonction « objectif » en Fcfa		différence en Fcfa
	déterministe	stochastique	
0	110 670	66 806	43 864
500	133 120	89 027	44 093
1000	155 570	111 250	44 320
1500	178 020	133 470	44 550
2000	200 470	155 690	44 780
2500	222 920	177 910	45 010
3000	245 370	200 130	45 240
3500	250 360	205 780	44 580
4000	255 340	211 440	43 900
4500	260 330	217 090	43 240
5000	265 320	222 740	42 580
5500	269 300	227 200	42 100
6000	269 300	227 200	42 100
6500	269 300	227 200	42 100
7000	269 300	227 200	42 100

Figure n°2 : Représentation des fonctions « objectifs » simulées



Si l'eau n'est pas disponible le paysans ne fait que du pluvial sur les hautes terres et dans le bas-fond. Le revenu net monétaire n'est plus que de 60 000 FCFA soit 160 FCFA par jour. Même en rajoutant l'autoconsommation on est loin du seuil de 1\$ par jour. Au fur et à mesure que le paysan obtient plus d'eau le revenu monte à 227 000 FCFA soit presque

quatre fois plus. Le paysan gagne l'essentiel de son revenu sur son quart d'hectare d'oignon et de pomme de terre. Cette irrigation ne dépendant que rarement des pluies puisque le barrage se remplit régulièrement. Même s'il ne se remplit pas il reste assez d'eau pour faire de la contre saison. L'irrigation joue donc un rôle important de stabilisation du revenu.

Conclusion

Ce modèle est toujours au stade de prototype, cependant il représente assez fidèlement certaines réalités du terrain. Sa validation sur le terrain permettra de simuler l'intérêt de changements divers tel que de nouvelles techniques ou d'un changement dans la disponibilité d'eau. Nous projetons dans le cadre de la poursuite des travaux intégrer les perspectives suivantes :

- ✓ Le type de sol en pluvial (bas glacis, glacis)
- ✓ Le cheptel
- ✓ La trésorerie
- ✓ L'érosion

Ces paramètres permettront une amélioration notable des résultats du modèle ce qui permettra de mieux envisager une production agricole optimale quelque soit les conditions climatiques. Ce modèle montre l'importance de la ressource eau dans la production. Une bonne application de ces résultats permettra en même temps de réduire le gaspillage de l'eau.

En définitive cet outil facilitera une prise de décision moins risquée face aux problèmes liés aux changements climatiques et par conséquent aidera les paysans de Tougou à sortir du sous développement.

.

Annexes

Le modèle dans GAMS

\$title The Farmer's Problem formulated for GAMS/DECIS

set c / sorgho,mais, mil,oignon,pomme_ter, riziere,rizbaf /;

set cr(c) culture utilisée dans l'alimentation **/sorgho,mais, mil/;**

set c1(c) culture irriguée en première période **/riziere,mais /;**

set c2(c) culture irriguée en seconde période **/oignon,pomme_ter /;**

set cb(c) culture dans bas fond **/ sorgbaf,maisbaf,rizbaf/;**

parameter rendement par hectare de culture

/

maisirr	2000
maisbaf	1300
mil	600
sorgho	500
sorghobaf	700
oignon	4000
pomme_ter	3000
riziere	3000
rizbaf	1500

/;

parameter labor(c) Temps de travail par hectare de culture

/

mais	30
mil	22
sorgho	22
oignon	44
pomme_ter	44
riziere	64
rizbaf	54

/;

parameter prix d'achat de semence par hectare de culture

/ maisirr	35000
maisbaf	2000
mil	2000
sorgho	2000
sorghobaf	2000
oignon	95000
pomme_ter	95000
riziere	120000
rizbaf	25000/;

parameter prix de vente en Kg de culture

/

maisirr	85
maisbaf	85
mil	85
sorgho	85
sorghobaf	85
riziere	90
rizbaf	90
oignon	200

pomme_ter 150/;

parameter prix d'achat en Kg de culture

/ **maisirri** 120
maisbaf 120
mil 126
sorgho 120
sorghobaf 120
riziere 175
rizbaf 175
oignon 300
pomme_ter 300/;

parameter plantneed(c) Besoin en Eau des cultures

/ **maisirri** 2000
oignon 10000
pomme_ter 10000
riziere 16000/;

parameter minreq(c) food requirements per person in kilos

/ **mil** 165
sorgho 15 /;

scalar **land0** surface disponible /10/;
scalar **land1** surface disponible /0.3/;
scalar **land2** surface disponible /0.3/;
scalar **land3** surface disponible dans les bas fonds /0.6/;
scalar **pop** Nombre de personne de la famille /4/;
scalar **cap** capital disponible /100 000/;
scalar **water** Eau disponible /3000/;

*-----

* **First a non-stochastic version**

*-----

variables

x(c) hectare de terre
w(c) culture vendue
y(c) culture achetée
yld(c) production
revenu fonction objectif
WAT1 Eau

;

Positive variables **x, w, y, yld, wat1;**

Equations

revenuedef fonction objectif
landuse0 surface en pluviale
landuse1 surface irrigable
landuse2 surface irrigable
landuse3 surface irrigable

req(c) quantité d'aliment nécessaire à l'alimentation
yldef production
llabor contrainte de travail
ldep contrainte de finance
lirri1 contrainte d'eau
lirri2 contrainte d'eau
revenuef.. revenu =e= $\text{sum}(c, \text{sellprice}(c) * W(c)) - \text{sum}(c, \text{plantcost}(c) * X(c)) - 1.3 * \text{sum}(c, \text{purchprice}(c) * Y(c));$
landuse0.. $\text{sum}(c, x(c)) = \text{land0};$
landuse1.. $\text{sum}(c1, x(c1)) = \text{land1};$
landuse2.. $\text{sum}(c2, x(c2)) = \text{land2};$
landuse3.. $\text{sum}(c\$cb(c), x(c)) = \text{land3};$
llabor.. $\text{sum}(c, x(c) * \text{labor}(c)) = 30 * \text{pop};$
yldef(c).. $\text{yld}(c) = \text{yield}(c) * x(c);$
req(c).. $\text{yld}(c) + y(c) - W(c) = \text{minreq}(c) * \text{pop} * 2;$
ldep.. $\text{sum}(c, \text{plantcost}(c) * X(c)) = \text{cap};$
;
lirri1.. $\text{sum}(c1, \text{plantneed}(c1) * X(c1)) = \text{WAT1};$
lirri2.. $\text{sum}(c2, \text{plantneed}(c2) * X(c2)) = \text{water} - \text{WAT1};$

model tougou/**revenuef,landuse0,landuse1,landuse2, landuse3,llabor, yldef, req,ldep, lirri1,lirri2;**
solve tougou using lp maximizing revenue;

*-----
* Extensive form stochastic model
* This is a standard LP.
*-----

set s scenarios / above, avg, below /;

variables

ws(c, s) cultures vendues suivant le scénario s
ys(c, s) cultures achetées suivant le scénario s
sWAT1 Eau disponible pour l'irrigation suivant le scénario s;

positive variable ws, ys;

parameter p(s) probabilité;

p(s) = 1/3;

abort\$(abs(sum(s,p(s)) - 1.0) > 0.001) "probabilities don't add up";

table **vari(c,s)** variabilité du rendement

	Below	above
maisirri	0.8	1.4
maisbaf	0.3	1.4
mil	0.4	1.2
sorgho	0.3	1.3
sorghobaf	0.6	1.3
oignon	1	1
pomme_ter	1	1
riziere	0.5	1
rizbaf	0.5	1

Parameter **syield(c,s);**

$\text{syield}(c, \text{'below'}) = \text{vari}(c, \text{'below'}) * \text{yield}(c);$

$\text{syield}(c, \text{'avg'}) = \text{yield}(c);$

$\text{syield}(c, \text{'above'}) = \text{vari}(c, \text{'above'}) * \text{yield}(c);$

Equations

srevenuef Fonction objectif stochastique suivant le scénario

sreq(c,s) Besoin alimentaire par scénario

slirri1 contrainte d'eau suivant le scénario **s**

slirri2 contrainte d'eau suivant le scénario **s**

;

srevenuef.. $\text{revenu} = -\text{sum}(c, \text{plantcost}(c) * x(c)) + \text{sum}(s, p(s) * (-1.3 * \text{sum}(c, \text{purchprice}(c) * \text{YS}(c,s)) + \text{sum}(c, \text{sellprice}(c) * \text{WS}(c,s))));$

sreq(c,s).. $\text{syield}(c,s) * x(c) + \text{ys}(c,s) - \text{ws}(c,s) = \text{minreq}(c) * \text{pop} * 2;$

model **extform/srevenuef,landuse0,landuse1,landuse2,Ilabor, sreq, ldep,slirri1,slirri2/;**

solve **extform** using **lp** maximizing **revenu**;

set **runs / extform** **Forme extensive**
 decisapprox **Decis approximative**
 decisexact **Decis exacte /;**

parameter **px**(runs,c) **results for stage 1 variables;**

parameter **pw**(runs,c,s) **results for stage 2 variables;**

parameter **py**(runs,c,s) **results for stage 2 variables;**

parameter **pr**(runs) **results for stage 1 variables;**

parameter **pw1, py1;**

pr('extform')= **revenu.l;**

px('extform',c) = **x.l(c);**

pw('extform',c,s) = **ws.l(c,s);**

pw1('extform',c) = **w.l(c);**

py('extform',c,s) = **ys.l(c,s);**

py1('extform',c) = **y.l(c);**

```
*-----  
* Default DECIS setup  
* Based upon the non-stochastic (core) model.  
*-----
```

```
* output the stochastic file  
file stg / MODEL.STG /;  
put stg;  
put 'BLOCKS DISCRETE';  
loop(s,  
  put 'BL BLOCK1 PERIOD2 ',p(s)/;  
  loop(c, put 'x ',c.tl,' ylddef ',c.tl,' ',(-syield(c,s))/; );  
putclose;
```

```
file mopt / MINOS.SPC /;  
put mopt;  
put "begin"/;  
put "rows 250"/;  
put "columns 250"/;  
put "elements 10000"/;  
put "end"/;  
putclose;
```

```
x.stage(c) = 1;  
y.stage(c) = 2;  
w.stage(c) = 2;  
yld.stage(c) = 2;  
landuse0.stage = 1;  
landuse1.stage = 1;  
landuse2.stage = 1;  
ylddef.stage(c) = 2;  
req.stage(c)=2;  
llabor.stage =1;  
ldep.stage =1;  
lirri1.stage= 1;  
lirri2.stage= 1;
```

```
option lp=decism;  
solve tougou using lp maximizing revenu;
```

```
* store stage 1 results  
pr ('decisapprox')= revenu.l;  
px ('decisapprox',c) = x.l(c);  
pw ('decisapprox',c,s) = ws.l(c,s);  
pw1('decisapprox',c) = w.l(c);  
py('decisapprox',c,s) = ys.l(c,s);  
py1('decisapprox',c) = y.l(c);
```

```
*-----  
* Let DECIS solve the model exactly  
* Stochastic Universe option: 4 "ISTRAT"  
*-----
```

```

file decopt / decism.opt /;
put decopt;
put '4 "ISTRAT"/;
putclose;

tougou.optfile=1;
solve tougou using lp maximizing revenu;

* store stage 1 results
pr('decisexact')= revenu.l;
px('decisexact',c) = x.l(c);
pw('decisexact',c,s) = ws.l(c,s);
py('decisexact',c,s) = ys.l(c,s);
pw1('decisexact',c) = w.l(c);
py1('decisexact',c) = y.l(c);

display px, pw,pw1,py,py1,pr;

```

-----Fin du modèle-----

Quelques définitions

Définition (système hybride)

Un système hybride est un système dynamique comportant deux sous-systèmes distincts : l'environnement physique, dont l'évolution est régie par des équations différentielles ; Le programme, dont l'évolution est régie par un système discret (ex : automate).
Interaction entre les deux mondes : capteurs et actionneurs.

Définition d'un segment

Quels que soient x et y éléments de E , on appelle segment d'extrémités x, y le sous-ensemble de E ainsi défini :

$$[x, y] = \{z \in E / \exists t \in [0, 1], z = t x + (1 - t) y\}$$

Définition (ensemble convexe)

Un sous-ensemble C de E est dit **convexe** si, pour tous x et y dans C , $[x, y] \subset C$

Définitions:

Une fonction $f(x)$ est une fonction concave si, pour tous points x_1, x_2 de son domaine et pour tout $\lambda, 0 < \lambda < 1$, $f(\lambda x_1 + (1 - \lambda) x_2) \geq \lambda f(x_1) + (1 - \lambda) f(x_2)$.

(Une fonction est strictement concave si la dernière inégalité est stricte, à savoir, $f(\lambda x_1 + (1 - \lambda) x_2) > \lambda f(x_1) + (1 - \lambda) f(x_2)$ et $x_1 \neq x_2$).

Similairement, une fonction convexe est définie de la même manière mais le sens de l'inégalité est renversé.

Références

- Barbier, B. and P. B. R. Hazell (2000). Declining access to transhumant areas and sustainability of agro-pastoral systems in the semi-arid areas of Niger. in Property Right and Collective action. P. B. R. Hazell. Washington, IFPRI.
- Benders (1962). Partitioning procedures for solving mixedvariables programming problems.
- Brooke, A., D. Hendrick and A. Meeraus (1998). Gams: a user guide. Redwood City, USA., Scientific Press.
- Gerd Infanger, Richard E and Rosenthal (1999). GAMS/DECIS User's Guide.
- Kall P (1976). stochastic linear programming,Econometrics and operations research, Springer Verlag.
- Ouedraogo, S. (2005). Intensification de l'agriculture dans le plateau central du Burkina Faso: une analyse des possibilités à partir des nouvelles technologies. Groningen, Université de Groningen.
- Ruijs, A., C. Schweigman, E. Lutz and G. Sirpé (2001). Cereal trade in developing countries: stochastic spatial equilibrium models. Groningen, University of Groningen, The Netherland.
- Sengupta (1972). stochastic programming: methods and application. North-Holland.
- Wets R (1983). stochastic programming : solutions techniques and approximations shemes, in Berchem,Grötshel,Korte(Eds),. Mathematical programming - state of the art, Springer Verlag,.
- Zadeh, L. (1965). "Fuzzy sets." Inf. Control 8(8): 338-353.